

هدف آزمایش تعیین ضریب سختی فنر و قانون هوک

کمیت مورد آزمایش ضریب سختی فنر k

- تعریف کمیت میزان نیروی لازم برای ایجاد واحد تغییر طول در فنر (نسبت نیرو به تغییر طول)

- واحد کمیت نیوتن بر متر N/m

- دیمانسیون کمیت $[k] = ML^{-1}T^{-2}$

تئوری آزمایش

- در این آزمایش ما سه هدف داریم
- ① تحقیق درباره قانون هوک و تعیین k با تغییر طول در یک فنر
 - ② اندازه گیری دوره تناوب و تعیین k
 - ③ محاسبه k برای فنرهای سری و موازی

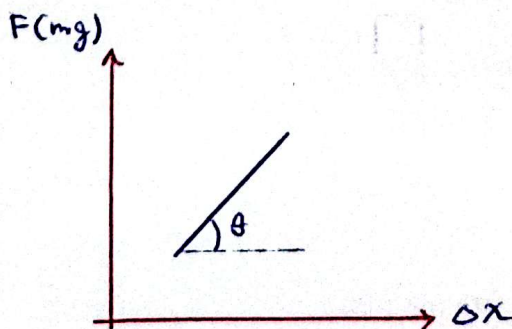
* روش ۱

طبق قانون هوک نیروی لازم برای تغییر طول فنر یا میزان تغییر طول رابطه مستقیم دارد. پس داریم:

$$F = k \Delta x \longrightarrow k = \frac{F}{\Delta x}$$

که در آن $\left. \begin{array}{l} F: \text{نیرو (وزن وزنه ها)} \\ \Delta x: \text{تغییر طول فنر} \\ k: \text{ضریب سختی} \end{array} \right\}$

در این روش فنر را به شکل عمودی قرار داده و با محاسبه تغییرات طول برای وزنه های مختلف نمودار آنرا رسم می کنیم که شیب آن نمودار برابر k است



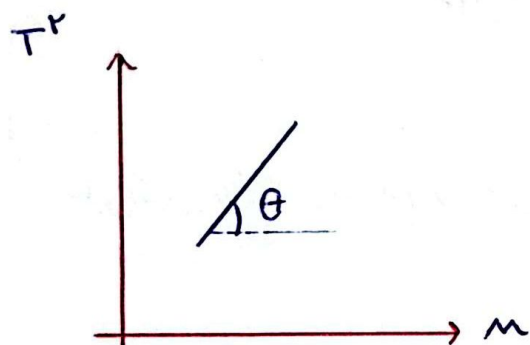
$$\tan \theta = k$$

برای سه رزته مختلف برای تعداد نوسان n زمان را حساب کرده و درجه تناوب را بدست می آوریم پس k را محاسبه می کنیم

$$T = \frac{t}{n} \quad \text{و} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

که در آن $\left. \begin{array}{l} T \text{ دوره تناوب} \\ n \text{ تعداد نوسان} \\ t \text{ مدت زمان نوسان} \\ m \text{ جرم رزته} \\ k \text{ ضریب سختی} \end{array} \right\}$

فقر را به نوسان درمی آوریم پس نمودار مجذور دوره تناوب بر حسب جرم را رسم می کنیم



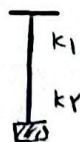
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$$

$$\tan \theta = \frac{4\pi^2}{k}$$

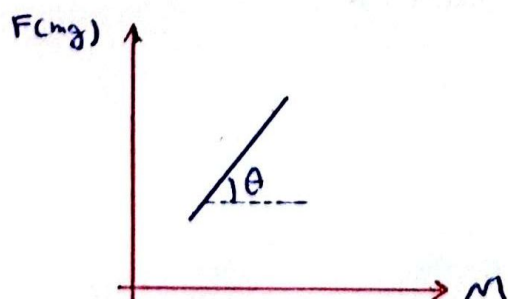
با در نظر گرفتن روش ۱ (قانون هوک) می خواهیم k را برای فنرهای سری و موازی بدست آوریم

داریم:

در حالت موازی $k = k_1 + k_2 \rightarrow k = \frac{F}{\Delta x}$



در حالت سری $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \rightarrow k = \frac{F}{\Delta x}$



نسب نمودار به درجته تناوب برابر k می باشد

$$\tan \theta = k$$

تجهیزات مورد نیاز: وزنه های مختلف، فنرهای مختلف، مولانی ساز، قلاب، پایه، خط کشی

در روستی ۱ از یک پایه استفاده کرده و فنر را در آویز قرار می دهیم و یک قلاب به انتهای فنر آویزان می کنیم با کمک خط کشی مقدار را مشخص کرده سپس وزنه ۱۰۰ گرمی را در قلاب فنر قرار داده و مقدار پایین آمده نسبت به مبدأ را اندازه گرفته و با کمک قانون هوک k را محاسب می کنیم و این کار را بارزنه های مختلف تکرار می کنیم.

در روستی ۲ از همان فنر آویزان شده دوره تناوب را برای سه وزنه ۲۵، ۵۰، ۱۰۰ گرمی در تعداد ۲۰ نوسان ثبت زمان با کرنومتر ثبت کرده و محاسبه می کنیم. وزنه را در قلاب گذاشته و میر می کنیم که به حالت تعادل برسد سپس یکی آنرا از حالت تعادل خارج کرده و رها می کنیم

در روستی ۳ طبق روستی ۱ در حالت سری مقدار مشخص کرده سپس وزنه را در قلاب گذاشته و قانون هوک را اجزای کنیم. در حالت موازی دو فنر را با مولانی ساز مولانی کرده و وزنه را در قلاب گذاشته و قانون هوک را اجزای کنیم.

جدول و محاسبات

جدول ۱	$m \text{ (gr)}$	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰
	$\Delta x \text{ (cm)}$	۵/۸	۲/۱	۳	۵	۵/۵
	k_1	۶۱/۲۵	۴۶/۶۶	۴۹	۳۹/۲	۴۴/۵۴
	$\Delta x \text{ (cm)}$	۱/۳	۲/۳	۳/۲	۵	۶/۳
	k_2	۳۷/۶۹	۴۶/۶۰	۴۵/۹۳	۳۹/۲	۳۸/۸۸

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{mg}{\Delta x}$$

$$k_1' = \frac{50 \times 9.8 \times 10^{-3}}{0.008} = 61.25 \text{ N/m} \quad , \quad k_1'' = 37.69 \text{ N/m}$$

$$k_2' = \frac{100 \times 9.8 \times 10^{-3}}{0.021} = 46.66 \text{ N/m} \quad , \quad k_2'' = 42.6 \text{ N/m}$$

$$k_3' = \frac{150 \times 9.8 \times 10^{-3}}{0.03} = 49 \text{ N/m} \quad , \quad k_3'' = 45.93 \text{ N/m}$$

$$k_4' = \frac{200 \times 9.8 \times 10^{-3}}{0.05} = 39.2 \text{ N/m} \quad , \quad k_4'' = 39.2 \text{ N/m}$$

$$k_5' = \frac{250 \times 9.8 \times 10^{-3}}{0.055} = 44.54 \text{ N/m} \quad , \quad k_5'' = 38.188 \text{ N/m}$$

$$\bar{K}_1 = \frac{51,25 + 46,66 + 49 + 39,2 + 44,54}{5} = 47,13 \text{ N/m}$$

$$\bar{K}_2 = \frac{37,69 + 42,50 + 40,93 + 39,2 + 31,18}{5} = 40,18 \text{ N/m}$$

خطای برای K_1

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta K_i = |K_i - \bar{K}| \\ \bar{K}_1 = 47,13 \text{ N/m} \end{array} \right.$$

$$\Delta K_1' = |51,25 - 47,13| = 4,12 \text{ N/m}$$

$$\Delta K_2' = |46,66 - 47,13| = 0,47 \text{ N/m}$$

$$\Delta K_3' = |49 - 47,13| = 1,87 \text{ N/m}$$

$$\Delta K_4' = |39,2 - 47,13| = 7,93 \text{ N/m}$$

$$\Delta K_5' = |44,54 - 47,13| = 2,59 \text{ N/m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = \frac{\Delta K_i}{\bar{K}_1} \\ \bar{K}_1 = 47,13 \text{ N/m} \end{array} \right.$$

$$E_1 = \frac{4,12}{47,13} = 0,027 \xrightarrow{\text{درصد خطای نسبی}} 2,7\%$$

$$E_2 = \frac{0,47}{47,13} = 0,01 \rightarrow 1\%$$

$$E_3 = \frac{1,87}{47,13} = 0,04 \rightarrow 4\%$$

$$E_4 = \frac{7,93}{47,13} = 0,168 \rightarrow 16,8\%$$

$$E_5 = \frac{2,59}{47,13} = 0,055 \rightarrow 5,5\%$$

$$E = \frac{\Delta K_{\max}}{\bar{K}} = \frac{7,93}{47,13} = 0,168 \xrightarrow{\text{درصد}} 16,8\%$$

$$\bar{K} \pm \Delta K_{\max} \\ 47,13 \pm 7,93$$

ردیف	مقدار	100	200	300
$t(s)$	$4/2$	$9/16$	$11/9$	
$T(s)$	$0/13$	$0/181$	$0/1818$	
$T^r(s)$	$0/13$	$0/181$	$0/18$	

$$\begin{cases} T = \frac{t}{n} \\ n = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} T_1 = \frac{4/2}{30} = 0/133 \rightarrow T_1^r = 0/133 \\ T_2 = \frac{9/16}{30} = 0/1818 \rightarrow T_2^r = 0/1818 \\ T_3 = \frac{11/9}{30} = 0/1818 \rightarrow T_3^r = 0/1818 \end{cases}$$

$$T^r = \frac{\sum \pi^r}{k} m \quad \begin{cases} k_1 = \frac{0/133 \times \pi^r}{0/13} = 10/18 N/m \\ k_2 = \frac{0/1818 \times \pi^r}{0/1818} = 18/18 N/m \rightarrow \bar{k} = \frac{10/18 + 18/18 + 18/18}{3} = 18/18 N/m \\ k_3 = \frac{0/1818 \times \pi^r}{0/18} = 18/18 N/m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta k_i = |k_i - \bar{k}| \\ \bar{k} = 18/18 N/m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta k_1 = |10/18 - 18/18| = 8/18 N/m \\ \Delta k_2 = |18/18 - 18/18| = 0/18 N/m \\ \Delta k_3 = |18/18 - 18/18| = 0/18 N/m \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_i = \frac{\Delta k_i}{\bar{k}} \\ \bar{k} = 18/18 N/m \end{cases}$$

(نسبت خطای نسبی)

$$E_1 = \frac{8/18}{18/18} = 0/44 \rightarrow 4/4\%$$

$$E_2 = \frac{0/18}{18/18} = 0/11 \rightarrow 1/1\%$$

$$E_3 = \frac{0/18}{18/18} = 0/11 \rightarrow 1/1\%$$

$$\text{خطای مطلق} \begin{cases} \Delta k_i'' = |k_i'' - \bar{k}| \\ \bar{k}_r = \varepsilon_{0,185} \text{ N/m} \end{cases}$$

$$\Delta k_1'' = |27,69 - \varepsilon_{0,185}| = 27,17 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_2'' = |42,60 - \varepsilon_{0,185}| = 1,74 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_3'' = |50,92 - \varepsilon_{0,185}| = 0,07 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_4'' = |29,2 - \varepsilon_{0,185}| = 1,55 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_5'' = |28,11 - \varepsilon_{0,185}| = 1,98 \text{ N/m}$$

$$\text{خطای نسبی} \begin{cases} E_i = \frac{\Delta k_i''}{\bar{k}} \\ \bar{k}_r = \varepsilon_{0,185} \text{ N/m} \end{cases}$$

$$E_1 = \frac{27,17}{\varepsilon_{0,185}} = 0,077 \xrightarrow{\text{درصد خطای نسبی}} 7,7\%$$

$$E_2 = \frac{1,74}{\varepsilon_{0,185}} = 0,0092 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 0,92\%$$

$$E_3 = \frac{0,07}{\varepsilon_{0,185}} = 0,00038 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 0,038\%$$

$$E_4 = \frac{1,55}{\varepsilon_{0,185}} = 0,0083 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 0,83\%$$

$$E_5 = \frac{1,98}{\varepsilon_{0,185}} = 0,0106 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1,06\%$$

$$E = \frac{\Delta k_{\max}}{\bar{k}} = \frac{1,74}{\varepsilon_{0,185}} = 0,0092 \xrightarrow{\text{نسبت}} 0,92\%$$

$$\bar{k} \pm \Delta k_{\max}$$

$$\varepsilon_{0,185} \pm 1,74$$

ردیف	$M(\theta)$	100	200	300
1	$t(s)$	4/2	9/16	11/59
2	$T(s)$	0/35	0/811	0/1018
3	$T^r(s)$	0/13	0/221	0/38

$$\begin{cases} T = \frac{t}{h} \\ h = t_0 \end{cases} \quad \begin{cases} T_1 = \frac{4/2}{t_0} = 0/355 \rightarrow T_1^r = 0/135 \\ T_2 = \frac{9/16}{t_0} = 0/8115 \rightarrow T_2^r = 0/2215 \\ T_3 = \frac{11/59}{t_0} = 0/2215 \rightarrow T_3^r = 0/385 \end{cases}$$

$$T^r = \frac{\sum \pi^r}{k} m \quad \begin{cases} k_1 = \frac{0/135 \times \pi^r}{0/13} = 30/38 N/m \\ k_2 = \frac{0/221 \times \pi^r}{0/221} = 33/18 N/m \rightarrow \bar{k} = \frac{30/38 + 33/18 + 33/18}{3} = 32/18 N/m \\ k_3 = \frac{0/38 \times \pi^r}{0/38} = 38/18 N/m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{خطای مطلق} \\ \Delta k_i = |k_i - \bar{k}| \\ \bar{k} = 32/18 N/m \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta k_1 = |30/38 - 32/18| = 2/56 N/m \\ \Delta k_2 = |33/18 - 32/18| = 0/18 N/m \\ \Delta k_3 = |38/18 - 32/18| = 6/18 N/m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{خطای نسبی} \\ E_i = \frac{\Delta k_i}{\bar{k}} \\ \bar{k} = 32/18 N/m \end{cases} \quad \begin{aligned} E_1 &= \frac{2/56}{32/18} = 0/022 \rightarrow 2/2\% \\ E_2 &= \frac{0/18}{32/18} = 0/011 \rightarrow 1/1\% \\ E_3 &= \frac{6/18}{32/18} = 0/1875 \rightarrow 18/75\% \end{aligned}$$

$$\text{خطای مطلق} \begin{cases} \Delta k_i'' = |k_i'' - \bar{k}| \\ \bar{k}_r = \varepsilon_{0,15} \text{ N/m} \end{cases}$$

$$\Delta k_1'' = |27,69 - \varepsilon_{0,15}| = 2,17 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_2'' = |12,90 - \varepsilon_{0,15}| = 1,75 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_3'' = |10,92 - \varepsilon_{0,15}| = 0,107 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_4'' = |29,2 - \varepsilon_{0,15}| = 1,55 \text{ N/m}$$

$$\Delta k_5'' = |28,11 - \varepsilon_{0,15}| = 1,28 \text{ N/m}$$

$$\text{خطای نسبی} \begin{cases} E_i = \frac{\Delta k_i''}{\bar{k}} \\ \bar{k}_r = \varepsilon_{0,15} \text{ N/m} \end{cases}$$

$$E_1 = \frac{2,17}{\varepsilon_{0,15}} = 0,077 \xrightarrow{\text{در صورت خطای نسبی}} 7,7\%$$

$$E_2 = \frac{1,75}{\varepsilon_{0,15}} = 0,042 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 4,2\%$$

$$E_3 = \frac{0,107}{\varepsilon_{0,15}} = 0,007 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 0,7\%$$

$$E_4 = \frac{1,55}{\varepsilon_{0,15}} = 0,048 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 4,8\%$$

$$E_5 = \frac{1,28}{\varepsilon_{0,15}} = 0,041 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 4,1\%$$

$$E = \frac{\Delta k_{\max}}{\bar{k}} = \frac{1,75}{\varepsilon_{0,15}} = 0,042 \xrightarrow{\text{مورد}} 4,2\%$$

$$\bar{k} \pm \Delta k_{\max}$$

$$\varepsilon_{0,15} \pm 1,75$$

جدول ۲	$m(q^2)$	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰
	$\alpha_L (cm)$	۷۷	۸۵	۷۲	۱۰۲	۱۳
	کسری	۲۸/۸	۲۷/۷	۲۲/۸۱	۱۹/۵۳	۱۸/۸۵
	$\alpha_x (cm)$	۵/۱	۵/۵	۱/۲	۲	۲/۷
	کسری	۸۵	۱۷۲۲	۱۳۶۵	۹۸	۹۵/۷۴

خطایی کسری

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta k_i = |k_i - \bar{k}| \\ \bar{k} = ۲۱,۷۷ N/m \end{array} \right.$$

$$\Delta k_1 = ۷,۵۲ N/m$$

$$\Delta k_2 = ۰ N/m$$

$$\Delta k_3 = ۱,۳۹ N/m$$

$$\Delta k_4 = ۲,۷۴ N/m$$

$$\Delta k_5 = ۲,۹۲ N/m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = \frac{\Delta k_i}{\bar{k}} \\ \bar{k} = ۲۱,۷۷ N/m \end{array} \right.$$

$E_1 = ۰,۲۲$	$\xrightarrow{\text{درصد خطایی}}$	۲۲٪
$E_2 = ۰$	$\xrightarrow{\quad}$	۰٪
$E_3 = ۰,۰۵۹$	$\xrightarrow{\quad}$	۵,۹٪
$E_4 = ۰,۱۲$	$\xrightarrow{\quad}$	۱۲٪
$E_5 = ۰,۱۳$	$\xrightarrow{\quad}$	۱۳٪

خطایی کسری

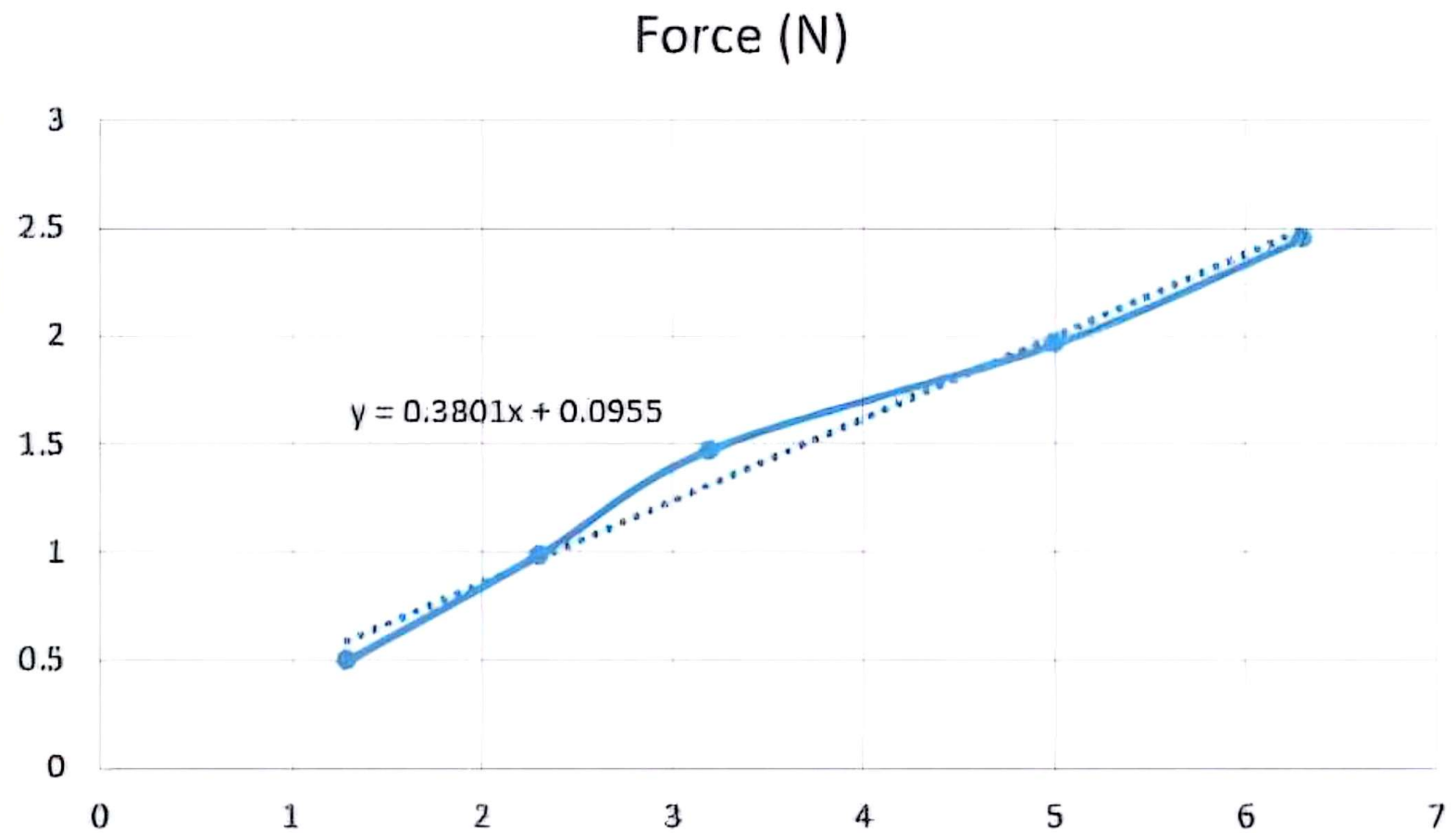
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta k_i = |k_i - \bar{k}| \\ \bar{k} = ۱۹۲,۹۱ N/m \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Delta k_1 &= ۲۹۷,۱ N/m \\ \Delta k_2 &= ۲۹,۹۱ N/m \\ \Delta k_3 &= ۷۰,۸۱ N/m \\ \Delta k_4 &= ۹۸,۹۱ N/m \\ \Delta k_5 &= ۱۰۲,۱۷ N/m \end{aligned}$$

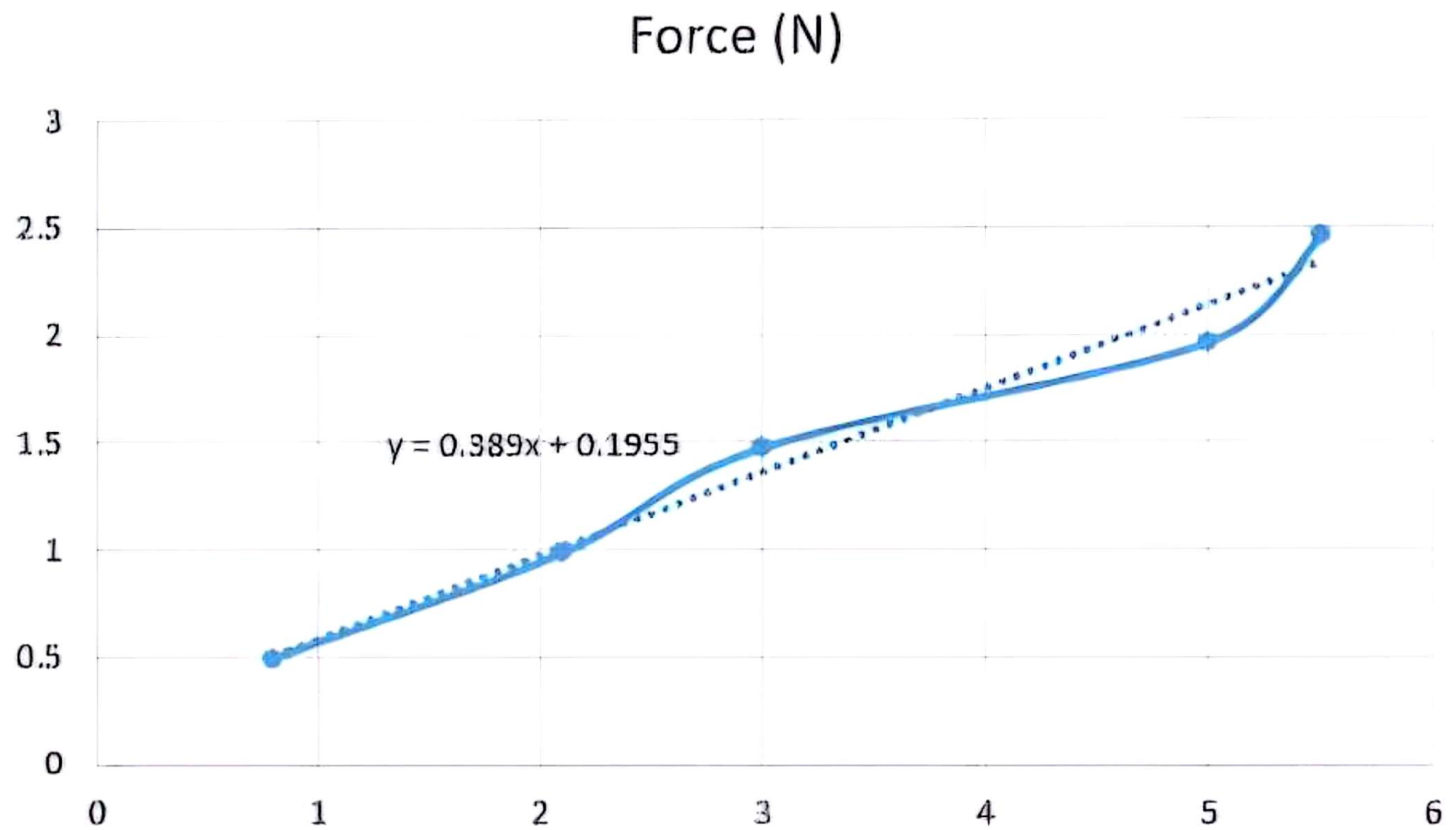
$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = \frac{\Delta k_i}{\bar{k}} \\ \bar{k} = ۱۹۲,۹۱ \end{array} \right.$$

$E_1 = ۱,۵۴$	$\xrightarrow{\quad}$	۱۵۴٪
$E_2 = ۰,۱۵$	$\xrightarrow{\quad}$	۱۵٪
$E_3 = ۰,۳۶$	$\xrightarrow{\quad}$	۳۶٪
$E_4 = ۰,۵۱$	$\xrightarrow{\quad}$	۵۱٪
$E_5 = ۰,۵۲$	$\xrightarrow{\quad}$	۵۲٪

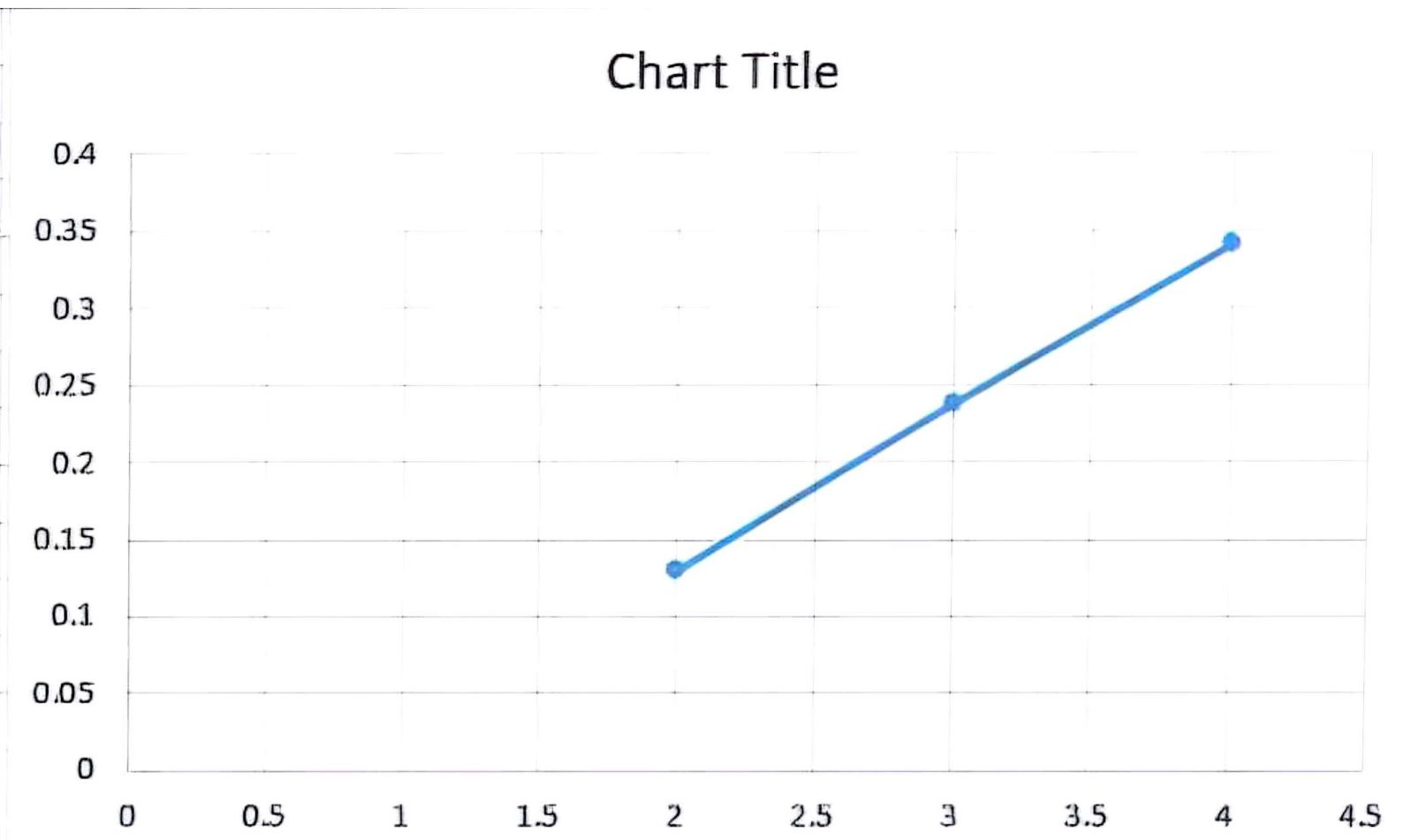
Displacem	Mass(kg)	Force (N)
1.3	0.05	0.4905
2.3	0.1	0.981
3.2	0.15	1.4715
5	0.2	1.962
6.3	0.25	2.4525



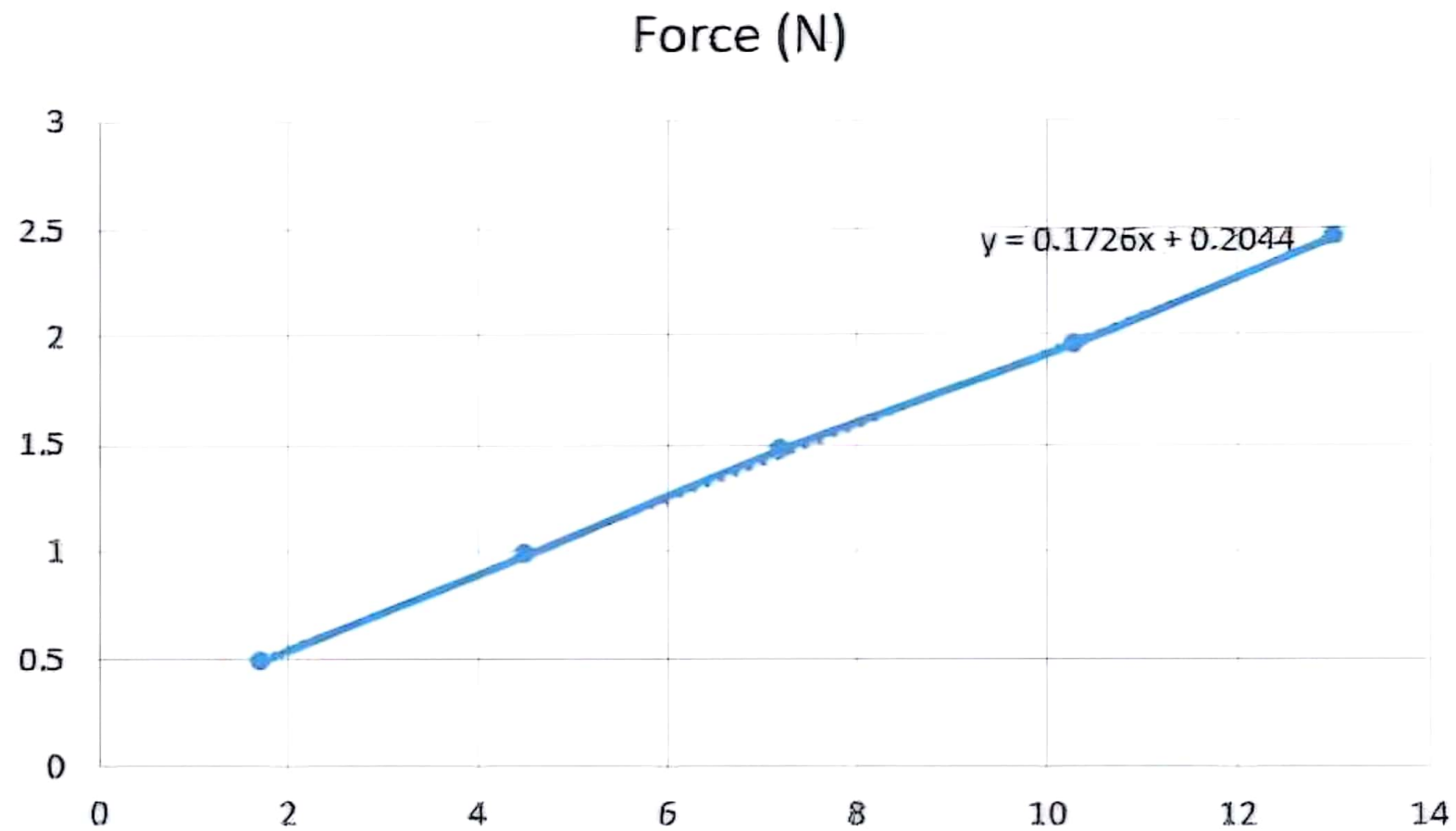
Displacem	Mass(kg)	Force (N)
0.8	0.05	0.4905
2.1	0.1	0.981
3	0.15	1.4715
5	0.2	1.962
5.5	0.25	2.4525



Mass (g)	T(s)	
100	0.36	0.1296
200	0.488	0.238144
300	0.584	0.341056



Displacem	Mass(kg)	Force (N)
1.7	0.05	0.4905
4.5	0.1	0.981
7.2	0.15	1.4715
10.3	0.2	1.962
13	0.25	2.4525



Displacem	Mass(kg)	Force (N)
0.1	0.05	0.4905
0.6	0.1	0.981
1.2	0.15	1.4715
2	0.2	1.962
2.7	0.25	2.4525

