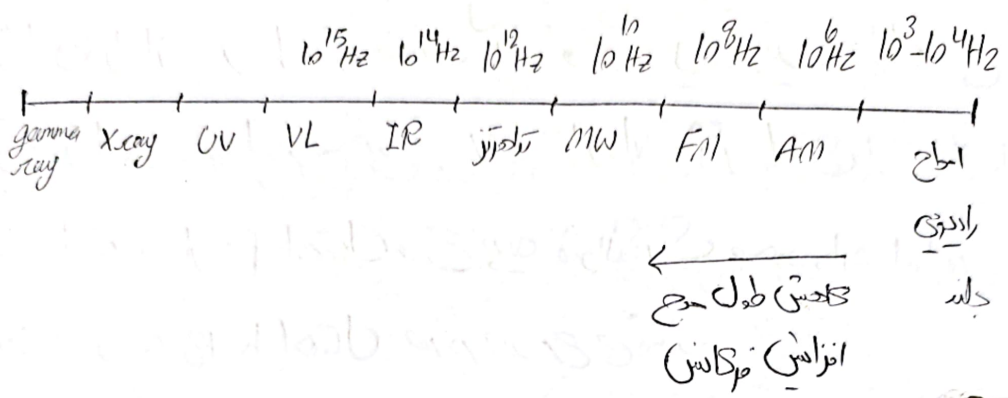


طیف امواج الکترومغناطیسی



امواج رادیویی ← ارتباط با زمین دریایی ها ، کشف حلقه ، ...

AM (amplitude module) ← رادیو

FM (frequency module) ← تلویزیون

میکروویو ← مایکروان - رادار - جی پی اس - موبایل

تراهرتز ← کامپیوتر فضایی

پهنای باند های کوانتومی از یک مرکز کوانتومی به خارج می دهد . به ترتیب

۱. فواید کوانتومی ۲. پهنای باند کوانتومی ۳. تولید زوج

پهنای فواید کوانتومی استند پهنای های کوانتومی است . خود پهنای فواید کوانتومی

با اتمی که کمترین از راداسته دارد ، شروع می کند . این پهنای از ارتباط

مستقیم دارد . استند این پهنای اتم میزبان است .

اندر هیپوژن جا انرژی 13.6 eV از فتوالیونیزه را تمام می‌کند. می‌توان
مکانس را از $h\nu = E_{\text{یونیزه}} + K.E.$ و به همین ترتیب طول موج.
این مکانس حدوداً در حدود 100 nm قرار دارد. انرژی از 13.6 eV
کمتر باشد، چاره‌ها احتمال وقوع یونیزه فتوالیونیزه وجود دارد اما در
انرژی 13.6 eV با احتمال 100 درصد رخ می‌دهد.

نسبت احاطه برای می‌توان هم با انرژی‌های گالیسی و هم با
انرژی‌های کوانتومی مطالعه کرد. این حدوده‌های خاصیتی
دارد، و گاهی خاصیت ذره‌ای.

فتوالیونیزه ← فوتون به الکترون می‌دهد. می‌کند و تمام انرژی‌اش
را از دست می‌دهد و ثابت می‌ماند.

پراکندگی کلاسیک ← فوتون به الکترون آزاد می‌دهد و در نتیجه
از انرژی خود را از دست می‌دهد، اما صفر نمی‌ماند.

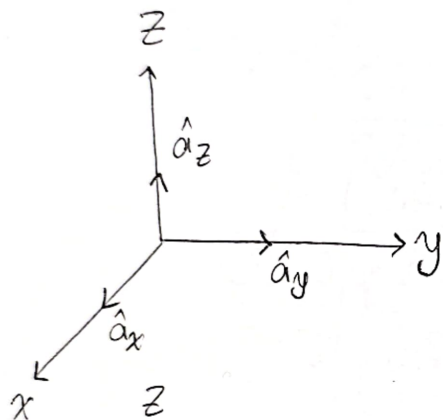
انرژی فوتون‌های جا مکانس کمتر از 100 nm تمام نور نیست که
می‌تواند کوانتومی رخ بدهد و به همین علت گاهی انرژی و در نتیجه

گرایش مرکبش $\hat{r}$ ، پس مرکبش ثابت است. می توان گفت
که در الکترودینامیک کلاسیک تعریف مرکبش $\hat{r}$.

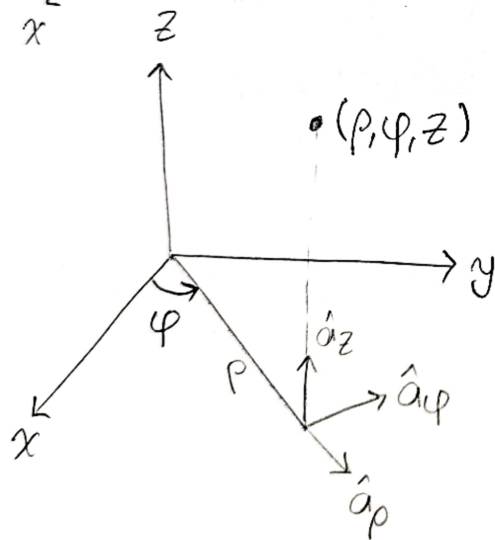
مقادیر کمیت یک وقتی چیزی با نسبت زایدی را می چرخد،
این را ثابت جاتی می نامند.

رنگاه مختصات دکارتی

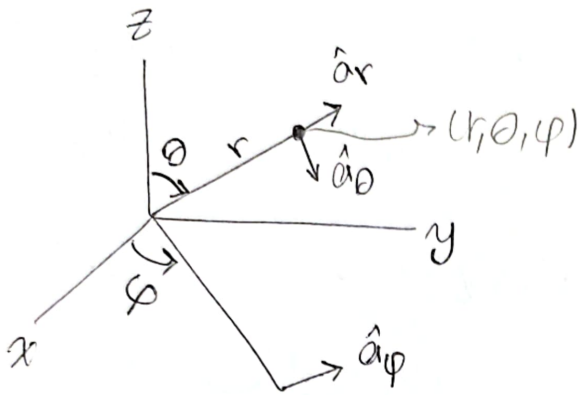
$$\hat{a}_x \cdot \hat{a}_y = \hat{a}_y \cdot \hat{a}_z = \hat{a}_x \cdot \hat{a}_z$$



رنگاه مختصات
استوانه ای



در بیان مختصات



	$\hat{a}_\rho$	$\hat{a}_\varphi$	$\hat{a}_z$
$\hat{a}_x$	$\cos\varphi$	$-\sin\varphi$	0
$\hat{a}_y$	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0
$\hat{a}_z$	0	0	1

	$\hat{a}_r$	$\hat{a}_\theta$	$\hat{a}_\varphi$
$\hat{a}_x$	$\sin\theta\cos\varphi$	$\cos\theta\cos\varphi$	$-\sin\varphi$
$\hat{a}_y$	$\sin\theta\sin\varphi$	$\cos\theta\sin\varphi$	$\cos\varphi$
$\hat{a}_z$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	0

در بیان بردار

$$\vec{F} = x^2 \hat{a}_x + y^2 \hat{a}_y$$

$$\vec{F} = F_r \hat{a}_r + F_\theta \hat{a}_\theta + F_z \hat{a}_z$$

$$\vec{F} \cdot \hat{a}_r = F_r \Rightarrow F_r = x^2 \hat{a}_x \cdot \hat{a}_r + y^2 \hat{a}_y \cdot \hat{a}_r$$

در بیان بردار

$$\Phi = \Phi(x, y, z)$$

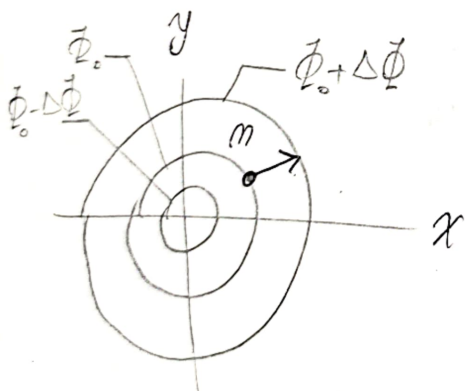
$$\vec{\nabla} \Phi$$

$$\frac{d\Phi}{dl} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Phi(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z) - \Phi(x, y, z)}{\Delta l}$$

$$= \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{dx}{dl} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{dy}{dl} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{dz}{dl}$$

$$\Phi(x, y) = x^2 + y^2 = \Phi$$

در این شکل داریم:



در این شکل داریم:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dl} &= \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{dx}{dl} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{dy}{dl} \frac{dx}{dl} \\ &= (2x_0 + 2y_0 \frac{dy}{dx}) \frac{dx}{dl} = 0 \end{aligned}$$

در این شکل داریم:

$$2x + 2yy' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x}{y}$$

$$y'|_m = \frac{-x_0}{y_0} \xrightarrow{\alpha} \text{Solan jmes}$$

اذا سولان jmes (نص) بـ (نص)

نقطة $\Phi_0 + \Delta\Phi_0$ و Φ_0 و Φ_0

$$dl = dx \hat{x} + dy \hat{y}$$

$$L \rightarrow dl = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

$$\Rightarrow \frac{dl}{dx} = \sqrt{1 + \alpha^2} \Rightarrow \frac{dx}{dl} = (1 + \alpha^2)^{-1/2}$$

$$\alpha = \frac{-x_0}{y_0} \rightarrow \frac{d\Phi}{dl} = 0 \rightarrow \text{Polar Coordinates}$$

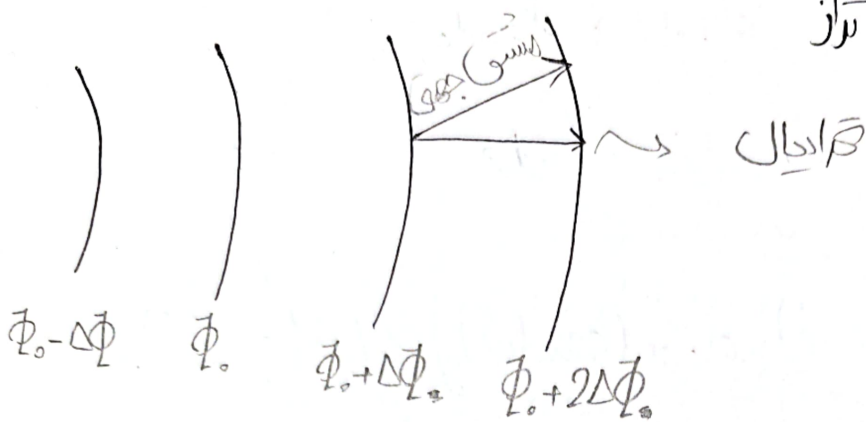
$$F(\alpha) = 2(x_0 + y_0 \alpha)(1 + \alpha^2)^{-1/2}$$

$$\frac{dF(\alpha)}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = y_0/x_0$$

Φ_0 if (نص) و (نص)

$$2(x_0 + y_0^2/x_0)(1 + y_0^2/x_0^2)^{-1/2} = 2\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

داده های



$$\frac{d\Phi}{dl} = |\vec{\text{grad}} \Phi| C\alpha$$

درجه (گرادیان) و ...

... و ...

$$\Rightarrow d\Phi = |\vec{\text{grad}} \Phi| \cdot dl C\alpha$$

$d\Phi = \vec{\text{grad}} \Phi \cdot d\vec{r} \rightarrow$ fundamental theory of gradient

$$\Phi, \Phi(x, y, z)$$

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dz$$

$$\vec{\text{grad}} \Phi = (\text{grad} \Phi)_x \hat{a}_x$$

← ...

$$+ (\text{grad} \Phi)_y \hat{a}_y + (\text{grad} \Phi)_z \hat{a}_z$$

$$d\vec{r} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz$$

$$\hookrightarrow (\text{grad} \phi)_x dx + (\text{grad} \phi)_y dy + (\text{grad} \phi)_z dz$$

$$\Rightarrow \vec{\text{grad}} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \hat{z}$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \right) \phi$$

$\Rightarrow$

$$d\phi = \vec{\text{grad}} \phi \cdot d\vec{r}$$

(S, S) $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi$

$$\Rightarrow d\vec{r} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\varphi \hat{\varphi}$$

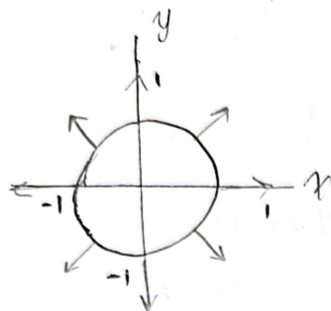
$$\vec{\text{grad}} \phi = (\text{grad} \phi)_r \hat{r} + (\text{grad} \phi)_\theta \hat{\theta}$$

$$+ (\text{grad} \phi)_\varphi \hat{\varphi}$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} dr + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} d\varphi$$

$$\vec{F} = x \hat{a}_x + y \hat{a}_y$$

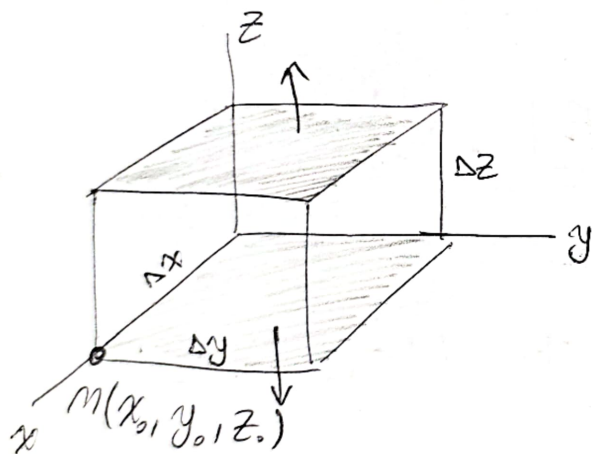
در این مثال



$$\begin{cases} x=1, y=0 \Rightarrow \vec{F} = \hat{a}_x \\ x=0, y=1 \Rightarrow \vec{F} = \hat{a}_y \end{cases}$$

در این مثال

$$\text{div } \vec{F} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}}{V}$$



نمایند که این از سطح

ی سطح در این

حاصل می شود

$$\begin{aligned} \vec{F}(x, y, z) = & F_x(x, y, z) \hat{a}_x + F_y(x, y, z) \hat{a}_y \\ & + F_z(x, y, z) \hat{a}_z \end{aligned}$$

$$\oint_{\Delta S} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{bottom}} + \int_{\text{front}} + \int_{\text{right}} + \int_{\text{back}} + \int_{\text{left}} + \int_{\text{top}}$$

$$\int_{\text{bottom}} \vec{F} \cdot dx dy \hat{a}_z = \int F_z(x, y, z) dx dy$$

$$= \int F(x, y, z_0 + \Delta z) dx dy$$

using Taylor's theorem

$$\Rightarrow \int \left(F_z(x, y, z_0) + \left. \frac{\partial F_z}{\partial z} \right|_M \cdot \Delta z \right) dx dy$$

$$= \int F_z(x, y, z_0) dx dy + \frac{\partial F_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$= \int_{\text{bottom}} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int \vec{F} \cdot dx dy (-\hat{a}_z)$$

$$= - \int F_x(x, y, z_0) dx dy$$

$$\int_{\Delta V} + \int_{\partial \Delta V} = \frac{\partial F}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z$$

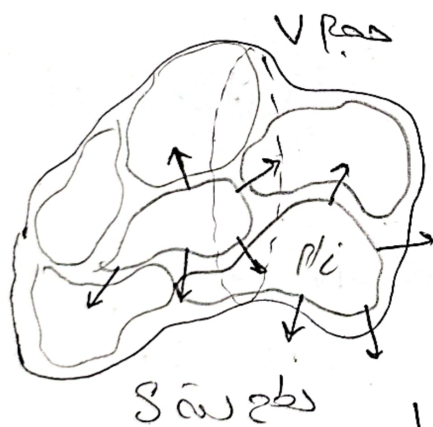
$$\Rightarrow \text{div } \vec{F} \approx \frac{\left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta x \Delta y \Delta z}$$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

$$\Delta y \rightarrow 0$$

$$\Delta z \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \text{div } \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$



حجم و سطح

(درون - بیرون)

حجم و سطح در نظر می‌گیریم.

حجم و سطح را می‌بینیم

بردارهای نوار در داخل حجم می‌گیریم

حقیقی می‌کنیم و متوجه می‌شویم که نوارها را می‌توانیم حذف کنیم.

این سطح دیفرانسیلی است.

در تعریف دیفرانسیل را می‌توان از سطح دیفرانسیلی نوشتیم

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_i = \Delta V_i \Rightarrow \oint_i \vec{F}_i \cdot d\vec{s}_i$$

$$\hookrightarrow \sum_i \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_i \Delta V_i = \sum_i \oint_i \vec{F}_i \cdot d\vec{s}_i$$

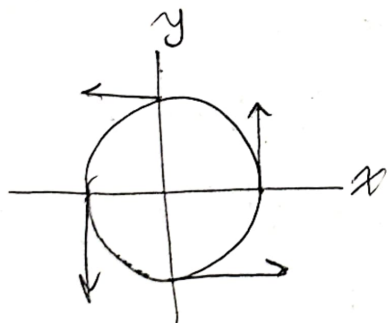
قضیه بنیادی حباب دیفرانسیل و انتگرال

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV = \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{s} \rightarrow$$

قضیه گauss

$$\vec{F} = -y\hat{a}_x + x\hat{a}_y$$

کران میان برداری



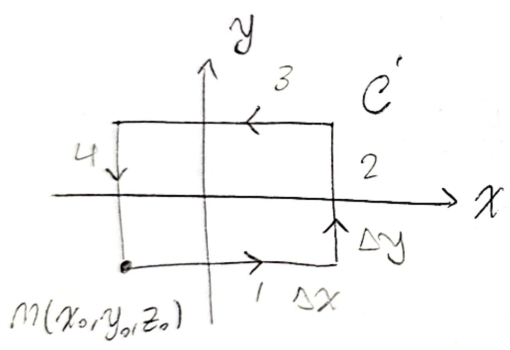
$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0, y > 0 \Rightarrow \vec{F} = \hat{a}_y \\ x > 0, y < 0 \Rightarrow \vec{F} = -\hat{a}_x \end{array} \right.$$

کران میان برداری یک مدار است نه یک پاره از آن مدار

لاکسیم گردش میان برداری در واقع سطح (تقریباً سطح) است

و این در صورتی است که سطح به صفر میل کند. منظور از سطح
 سطحی است که مقدار گردش مسایاں پداری در آن حداکثر است
 راستی این پداری محدود به سطحی است که گردش مسایاں پداری
 در آن حداکثر است. جهت آن نیز از قانون دست راست
 می شود.

$$\Rightarrow \text{Curl } \vec{F} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{[\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}]_{\text{max}}}{S} \cdot \hat{a}_l$$



$$(\text{Curl } \vec{F})_z = ?$$

جهت مسایاں پداری دست
 راست می شود.

$$\vec{F}(x, y, z) = F_x(x, y, z) \hat{a}_x + F_y(x, y, z) \hat{a}_y + F_z(x, y, z) \hat{a}_z$$

$$\oint_{C'} \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4$$

$$\Rightarrow \int_1 \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} \vec{F} \cdot dx \hat{x} \quad \text{در مسیر } S \text{ مستقیم}$$

یعنی Δx با $\hat{x}$ و $\hat{x}$ و $\hat{x}$

در مسیر S مستقیم

$$\Rightarrow \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} F_x(x, y_0, z_0) dx$$

یا Δx با $\hat{x}$ و $\hat{x}$ و $\hat{x}$

در مسیر S مستقیم

$$\int_3 \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} \vec{F} \cdot dx \hat{x}$$

$$= \int_{x_0+\Delta x}^{x_0} F_x(x, y_0, z_0) dx = - \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} F_x(x, y_0, z_0) dx$$

در مسیر S مستقیم

$$= - \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} \left[F_x(x, y_0, z_0) + \frac{\partial F}{\partial y} \bigg|_m \cdot \Delta y \right] dx$$

$$\Rightarrow \int_3 \vec{F} \cdot d\vec{l} = - \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} F_x(x, y_0, z_0) dx - \frac{\partial F_x}{\partial y} \bigg|_m \Delta x \cdot \Delta y$$

$$\int_1 + \int_3 = -\frac{\partial F_x}{\partial y} \Delta x \Delta y$$

$$\int_2 + \int_4 = \frac{\partial F_y}{\partial x} \Delta x \Delta y$$

$$\Rightarrow \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y$$

$$(\text{Curl } \vec{F})_z = \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}$$

$$(\text{Curl } \vec{F})_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}$$

$$(\text{Curl } \vec{F})_y = \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}$$

$$\Rightarrow (\text{Curl } F) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \hat{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \hat{a}_z \right) \times \left(F_x \hat{a}_x + F_y \hat{a}_y + F_z \hat{a}_z \right) \rightarrow \vec{F}$$

تعداد منبعی های دیرانگی در فضای اس، پس می توان $\sum 1$

$$\int_S \vec{\omega} \cdot d\vec{S}$$

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\nabla^2 \frac{1}{r^2} = ?$$

$$(r \neq 0)$$

دکای دیفرانسیل

$$\hookrightarrow \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \left(\frac{-1}{r^2} \right) \right) = 0$$

اگر $r=0$ باشد، این لاپلاس معادله نیست و اگر $r \neq 0$ معادله صفر می شود.

پای ربع اعجاز روی حجمی که در آن محاسبه $r=0$ وجود داشته باشد امکان پذیر می شود.

$$\int_V \nabla^2 \frac{1}{r^2} dV = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r^2} dV = \oint_S \vec{\nabla} \frac{1}{r^2} \cdot d\vec{S} \quad I$$

$$= \oint_S \frac{-1}{r^2} \hat{a}_r \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{a}_r$$

$$\hookrightarrow - \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi = -4\pi$$

$$\Rightarrow \int_V \nabla^2 \frac{1}{r} dW = \int (-4\pi) \delta(x) \delta(y) \delta(z) dx dy dz$$

$dW \leftarrow$ هر حجم که در یک نقطه است و r باشد

$$= \int_V (-4\pi) \delta(x) \delta(y) \delta(z) dW \quad \text{II}$$

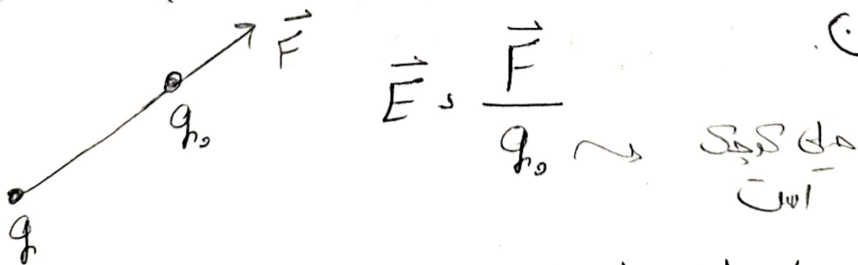
چون این انتگرال برای هر حجمی مبرار است، می‌توان گفت که دو قاعده زیر علامت انتگرال با هم برابرند.

$$\Rightarrow \nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi \delta(x) \delta(y) \delta(z)$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi \delta(\vec{r})$$

میدان الکتریکی

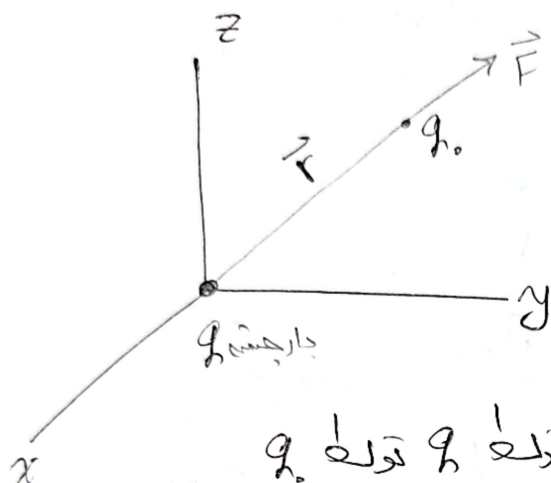
در میدان پیکاری حاصل از یک نیروی الکتریکی وارد q واحد بار آزمون.



این در یک قاعده / میدان پیکاری است، چون q_0 می‌تواند در هر نیروی خاص (پیکار) وارد می‌شود.

$\vec{E}$ در یک ناحیه از فضا، یک تابع اسکالر است.

$$\vec{E}(x, y, z, t) \xrightarrow[\text{مستقل, ثابت}]{\text{مقادیر ثابت}} \vec{E}, E(x, y, z)$$



بارهای در مبدأ
مختصات

q از q بیار
کوچکتر است (برای این)

در خطوط میان ایجاد شده توسط q توسط q

مختل (نمود)

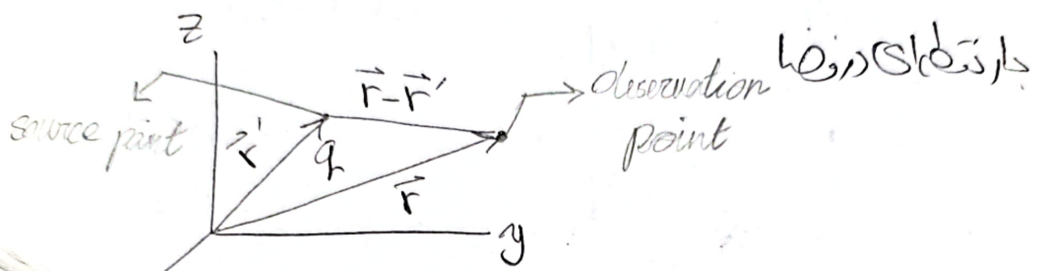
$$F \propto \frac{q \cdot q_0}{r^2} \rightarrow F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-19}}{36\pi} \left(\frac{C^2}{N \cdot m^2} \right)$$

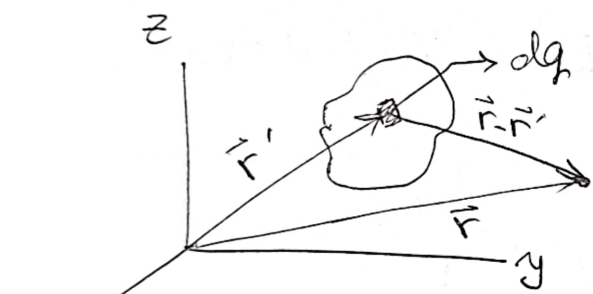
$$E = \frac{F}{q_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\xrightarrow[\text{سیار}]{\text{رابطه}} \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{a}_r, \hat{a}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon \cdot r^3}$$



$$\vec{E} = \frac{q (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi\epsilon \cdot |\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$



توزیع بارهای
(charge distribution)

به ابعاد مختلف dq توزیع
بار دارند

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{dq (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rightarrow \text{مابین کولن}$$

$$\begin{array}{l|l} \lambda \cdot dl & \text{کثرت بار خطی} \rightarrow \lambda \equiv \frac{C}{m} \\ \sigma \cdot da & \text{کثرت بار سطحی} \rightarrow \sigma \equiv \frac{C}{m^2} \\ \rho \cdot dV & \text{کثرت بار حجمی} \rightarrow \rho \equiv \frac{C}{m^3} \end{array}$$

حال میں خواص لپنس کمال و دیورانس میں الیکٹریک پ
 اس میں اس

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}') dV' \quad \vec{D} = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}') dV' \underbrace{\vec{\nabla} \times \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}_{\text{صفر}}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

یعنی میں الیکٹریک پ الیکٹریک پ کے خلاف اس

$$(\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{میں تمام انتگرالی صفر}$$

$$\hookrightarrow \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}') \cdot dV (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

توزیع بار

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') dV \cdot \vec{\nabla} \frac{-1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

توزیع بار

از $\vec{\nabla}$ بر روی $\vec{r}$ است
 $\vec{r}'$

اگر بار الکتریکی جاسوس ثابت حرکت کند، بار هم میانه
 غیر چرخشی است (البته با تقریب خوب)

نیزدهای عکس جبرز فاصله، یعنی از هم چسبند قوانین پیرامون
 می کنند (مثل میانه گرانی). یعنی این نیزدها بستگی به میانه
 ندارند. مثلاً میانه گرانی نیز مثل میانه الکتروستاتیکی پایداری
 است و به میانه بستگی ندارد.

حال می خواهم کرل و دیورانس میانه الکتروستاتیکی را
 محاسبه کنیم.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \rho(\vec{r}') \cdot dV' \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \frac{-1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

در اینجا $\vec{\nabla}$ به $\vec{r}$ اشاره دارد

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \frac{-1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \nabla^2 \frac{-1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\xrightarrow{\text{پول پوینت}} \nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\vec{r})$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \rho(\vec{r}') dV' (-4\pi)\delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0} \int_{V'} \rho(\vec{r}') dV' \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

sifting property

تکامل دلتا، δ را می‌گیرد و آن را به جای $\vec{r}$ می‌گذارد

$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\vec{r}) = \rho/\epsilon_0$$

برای محاسبه $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ در یک سطح بسته S

$$\epsilon_0 \oint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \cdot dV = \oint_V \rho \cdot dV \rightarrow \text{تکامل دلتا، δ را می‌گیرد و آن را به جای $\vec{r}$ می‌گذارد}$$

$$\xrightarrow{\text{قانون گاوس}} \epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0 \iff \epsilon_0 \iiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en}$$

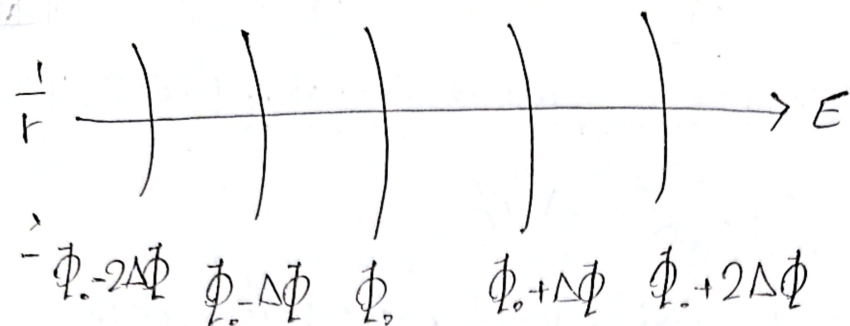
فرم‌های دیفرانسیلی برای فضای نقاط و برای مقادیر مشخصه L_1 (از یک)
 ها برای تعدادی از نقاط مقادیر ρ و فرم‌های دیفرانسیلی برای $\vec{E}$ و $\vec{\nabla}$
 است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \iiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \end{array} \right.$$

اینجا مشتق شده از قانون گاوس هستند. حال می‌توانیم از این
 دو به جای قانون گاوس استفاده کنیم. همچنین این دو فرم
 هیچ ارتباطی به یکدیگر ندارند و کاملاً مستقل هستند. یعنی کامل و
 دیفرانسیل استقلال خطی دارند.

اگر کامل یک میدان پتانسیل ϕ را در نظر بگیریم.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi \rightarrow \text{تابع پتانسیل (در الکترودینامیک)} \\ \text{حالت پتانسیل الکترودینامیک}$$



این حواله گرادیان است که به دست می آید و به این شکل است

در اینجا ما می بینیم که گرادیان در جهت کاهش پتانسیل است

معمولاً ϕ در تابع پتانسیل ما به دست می آید و به این شکل است که در الکترودها پتانسیل را داریم.

کار کردن با اسکالر ها خیلی راحت تر است و به همین دلیل استفاده می کنیم.

$$\int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} -\vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{l}$$

پتانسیل در نقطه $\vec{r}$

مسیر را در $d\vec{l}$ و

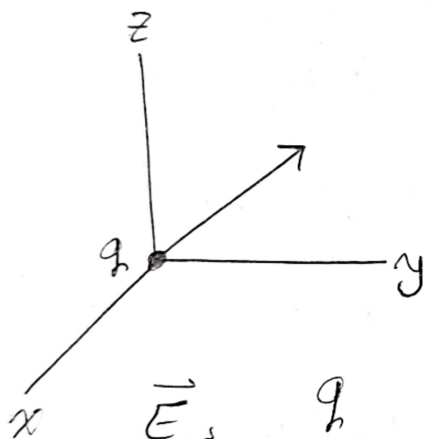
اسکالر

در اینجا $d\phi$ به معنی تغییر پتانسیل است

منفذ از پتانسیل، دهنی اتصال پتانسیل از جی دغایت یا پای
 دی حسب با ابعاد محدود نیست و فقط در جی.

$$\Phi_s = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad \vec{E}_s = - \nabla \Phi$$

پای مستقیم Φ ، با هان رویکرد میان الکتریکی پسی
 در جی



جارتقای در میان جتصال

جان $\vec{E} \propto q$ بستگی دارد،

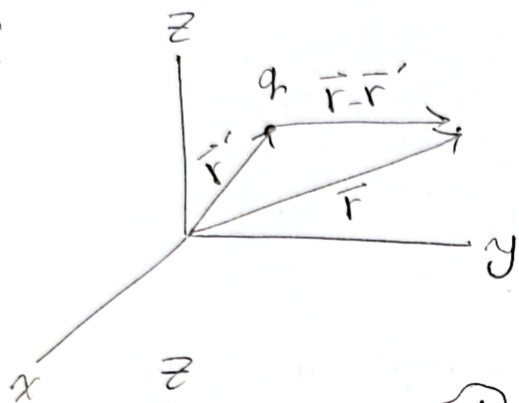
پس $\Phi \propto q$ بستگی دارد.

$$\vec{E}_s = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{a}_r \Rightarrow \Phi_s = \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

پتانسیل هان کاری است S جانه پای سراسری دان و با جبار
 آزمون از جی دغایت انظام دهنی.

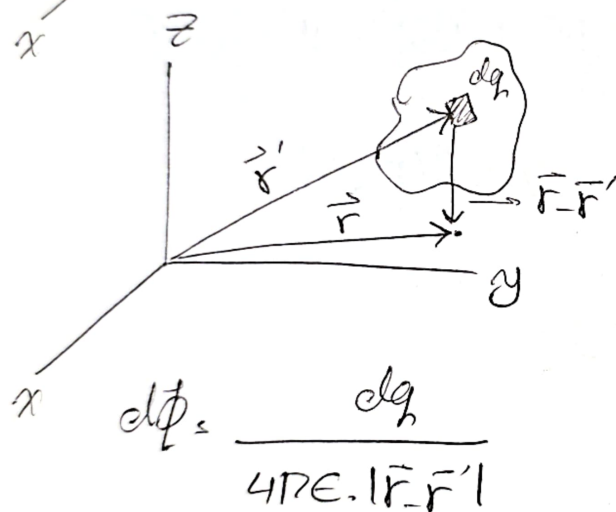
$$\Rightarrow - \int_{\infty}^r E \hat{a}_r \cdot dr \hat{a}_r = - \int_{\infty}^r E \cdot dr$$

$$\frac{1}{r} = - \int_{\infty}^r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$



در سطح از سطح

$$\phi_s = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}$$



در سطح (سطح)

$$d\phi_s = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\phi_s = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

در سطح

در سطح

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

حل با روش PDE

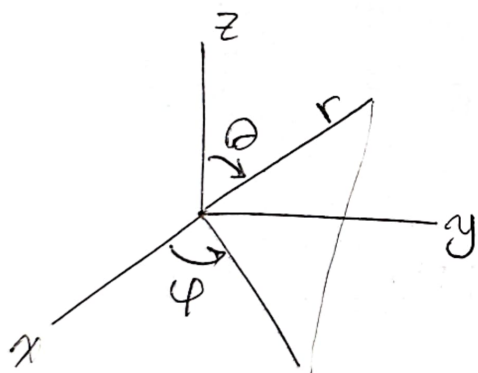
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} \phi) = \rho / \epsilon_0 \Rightarrow \nabla^2 \phi = \rho / \epsilon_0$$

حل با روش

if $\rho = 0 \Rightarrow \nabla^2 \phi = 0$ حل با روش

در سیستم مختصات (r, θ, ϕ) با تعریف (ϕ) از (ϕ)



$$\phi = \phi(r, \theta)$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)$$

$$+ \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) = 0$$

$$\phi(r, \theta) = U(r) P(\theta)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{dU}{dr} P(\theta) \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{dP}{d\theta} U \right) = 0$$

$$\times \frac{r^2}{U} \cdot \frac{1}{U} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dU}{dr} \right) + \frac{1}{P \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dP}{d\theta} \right) = 0$$

راديال بولي

K

theta بولي

-K

$$\frac{1}{U} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dU}{dr} \right) = K$$

$$\hookrightarrow r^2 \frac{d^2 U}{dr^2} + 2r \frac{dU}{dr} - K \cdot U = 0 \quad \text{ثابت - ك$$

$$\left[U = r^n \right] \rightarrow r^2 \cdot n(n-1) r^{n-2} + 2r \cdot n r^{n-1} - K \cdot r^n = 0$$

فرضي n ثابت

$$\Rightarrow K = n(n+1)$$

$$\Rightarrow r^2 \frac{d^2 U}{dr^2} + 2r \frac{dU}{dr} - n(n+1) U = 0$$

$$\left[U = r^\lambda \right] \rightarrow r^2 \cdot \lambda(\lambda-1) r^{\lambda-2} + 2r \cdot \lambda r^{\lambda-1} - n(n+1) r^\lambda = 0$$

فرضي λ ثابت

جا این فرض می‌کنیم S_2 ، به دست می‌آید و P_n و P_{n+1} را در S_2 قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow \lambda^2 + \lambda - n(n+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda = n \\ \lambda = -n-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = r^\lambda \Rightarrow U(n) = \begin{cases} r^n \\ r^{-n-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{P \xi_0} \frac{d}{d\theta} \left(\xi_0 \frac{dP}{d\theta} \right) = -k = -n(n+1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\xi_0} \frac{d}{d\theta} \left(\xi_0 \frac{dP}{d\theta} \right) + n(n+1)P = 0$$

با این فرض

$$\frac{1}{x^2} (1-x^2) \frac{d^2 P}{dx^2} - 2x \frac{dP}{dx} + n(n+1)P = 0$$

$$\hookrightarrow P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n$$

پس این جواب

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{dy}{dr} \cdot S \right) + \frac{1}{r^2} y \frac{d^2 S}{d\theta^2} = 0$$

$$\xrightarrow{\times \frac{r^2}{y \cdot S}} \underbrace{\frac{r}{y} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dy}{dr} \right)}_K + \underbrace{\frac{1}{S} \frac{d^2 S}{d\theta^2}}_{-K} = 0$$

$$\frac{1}{S} \frac{d^2 S}{d\theta^2} = -K \Rightarrow \frac{d^2 S}{d\theta^2} + K \cdot S = 0$$

$$\Rightarrow S(\theta) = \begin{cases} C_1(\sqrt{K}\theta) \\ C_2(\sqrt{K}\theta) \end{cases}$$

$\theta, \theta+2\pi$ نقطه‌های مشابه S بردارد ، پس $\theta, \theta+2\pi$ حدهای

$$C(\sqrt{K}(\theta+2\pi)) = C(\sqrt{K} \cdot \theta)$$

باید باشد

$$\Rightarrow \sqrt{K} \cdot (\theta+2\pi) = \sqrt{K} \cdot \theta + 2n\pi$$

$$\Rightarrow K = n^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow S(\theta) = \begin{cases} \sin n\theta \\ C_n \theta \end{cases}$$

این جواب ها همگی در $n=0$ است. استقلال θ از r ،
 ناهمبندی S و θ در $n \neq 0$ است. $n=0$ را در نظر بگیرید.
 این S و θ در $n \neq 0$ همبند است، در حالی که S و θ در $n=0$ مستقل است.
 پس برای $n \neq 0$ ، S و θ همبند است.

$$n=0 \Rightarrow \frac{d^2 S}{d\theta^2} = 0 \Rightarrow S(\theta) \begin{cases} 1 \\ \theta \end{cases} \quad (n=0)$$

$$\Rightarrow S(\theta) \begin{cases} C_n \cos \theta, S_n \sin \theta & (n=1, 2, 3, \dots) \\ 1, \theta & (n=0) \end{cases}$$

در $n \neq 0$ ، S و θ همبند است.

$$\frac{r}{y} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dy}{dr} \right) = K = n^2$$

$$\Rightarrow r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dy}{dr} \right) - n^2 y = 0$$

$$r^2 \frac{d^2 y}{dr^2} + r \frac{dy}{dr} - n^2 y = 0 \rightarrow \text{معادله کوشی - ادری}$$

$$y \cdot r^1 \Rightarrow r^2 \lambda (\lambda - 1) r^{\lambda - 2} + r \lambda r^{\lambda - 1} - n^2 r^{\lambda} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - n^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda = \pm n}$$

$$y(r) = \begin{cases} r^n \\ r^{-n} \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad : y \text{ مع } r$$

, n=0 حالة

$$\xrightarrow{\text{Pencil}} \frac{r}{y} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dy}{dr} \right) = K = n^2$$

$$\Rightarrow r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dy}{dr} \right) - n^2 y = 0 \quad (n \neq 0)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dr} = \frac{\lambda_1}{r} \Rightarrow y = \lambda_1 \ln r + \lambda_2$$

$$\Rightarrow y(r) = \begin{cases} r^n, r^{-n} & (n = 1, 2, \dots) \\ 1, \ln r & (n = 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \begin{cases} r^n C_n \cos \theta, r^n S_n \sin \theta \\ r^{-n} C_n \cos \theta, r^{-n} S_n \sin \theta \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$1, \ln r, \theta, \theta \ln r \quad (n=0)$$

درستی جواب، ترکیب خطی نه است.

$$\Phi(r, \theta) = a_0 + b_0 \ln r + c_0 \theta + d_0 \theta \ln r$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (a_n r^n C_n \cos \theta + b_n r^n S_n \sin \theta$$

$$+ c_n r^{-n} C_n \cos \theta + d_n r^{-n} S_n \sin \theta)$$

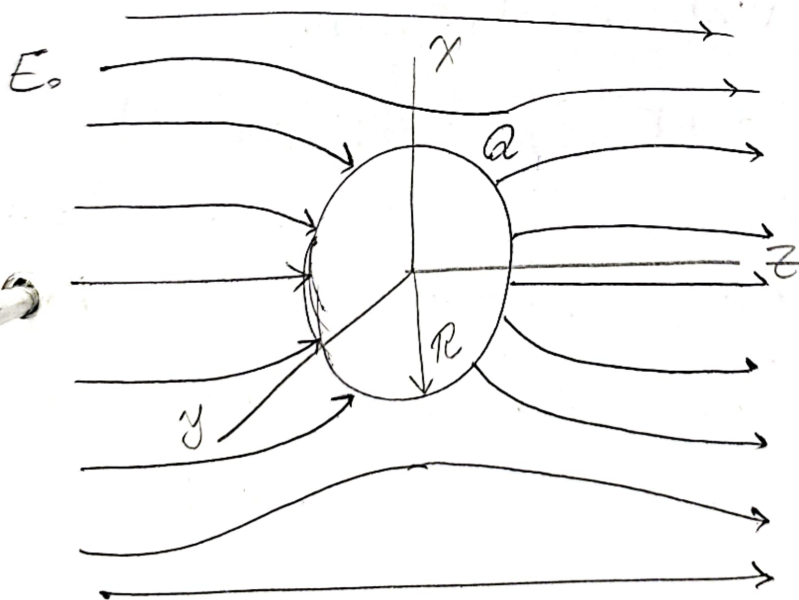
در $\theta = 0$ و $\theta = 2\pi$ تغییر کند، $\cos$ و $\sin$ از n تغییر کند.

زیرا خود θ در آن قسمت ظاهر شده است، این درستی است
بنابراین مقبول است. پس ما باید شرایط اضافی را اضافه کنیم.

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = a_0 + b_0 \ln r$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (a_n r^n \cos n\theta + b_n r^n \sin n\theta + c_n r^{-n} \cos n\theta + d_n r^{-n} \sin n\theta)$$

مسئله ۳: یک جسم رسانا دارای بار سطحی Q است. حال یک میدان الکتریکی یکجانبه را اعمال می‌کنیم. سپس نتایج می‌شویم که از حالت یکجانبه خارج خواهد شد.

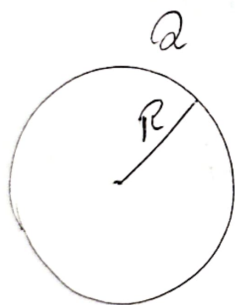


به علت الکترودستایی در آن، میدان الکتریکی μ سطح کره σ به
 بیرون می‌شود. هم چنین در داخل کره، میدان الکتریکی ناپدید.

در سطح حتمی که رسانا می‌باشد، میدان سلفی است.

$$\nabla^2 \phi(r, \theta) = 0$$

بنابراین تابعی است از r و θ که در سطح حتمی، پس ϕ تغییر
 نخواهد کرد و در طول ورود و خروج از میدان ثابت باقی می‌ماند.



$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$\phi_0 = \frac{Q}{4\pi R}$$

پتانسیل در سطح

ثابت می‌ماند

پایه خارج کره ϕ_0

$$\phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\cos \theta) \quad r > R$$

$$\Phi(R, \theta) = \Phi.$$

$$r \rightarrow R, \theta \rightarrow \theta$$

$$\hookrightarrow \Phi(R, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n R^n + b_n R^{-n-1}) P_n(\cos \theta)$$

$$= \Phi_0 P_0(\cos \theta) = \Phi.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_0 + b_0 R^{-1} = \Phi. \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} a_n R^n + b_n R^{-n-1} = 0 \end{array} \right. \quad (n=1, 2, \dots)$$

في $r \rightarrow \infty$ المجال الكهربائي E_0

$$\vec{E} \Big|_{r \rightarrow \infty} = E_0 \hat{a}_z \Rightarrow - \frac{d\Phi}{dz} \Big|_{r \rightarrow \infty} \cdot \hat{a}_z$$

$$= E_0 \hat{a}_z \Rightarrow \frac{d\Phi}{dz} \Big|_{r \rightarrow \infty} = -E_0$$

$$d\Phi \Big|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 dz$$

$$\Rightarrow \Phi|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 r \cos \theta$$

$$\Rightarrow \Phi|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 r P_1(\cos \theta) \quad \text{I}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \Phi(\cos \theta) = 0$$

$$\hookrightarrow \Phi(\cos \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\cos \theta) \quad \text{II}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n r^n P_n(\cos \theta) = -E_0 r P_1(\cos \theta) \quad \swarrow \text{I, II}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = -E_0}, \quad a_0 = a_2 = a_3 = \dots = 0$$

$$\boxed{b_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}} \quad \boxed{b_1 = E_0 R^3}$$

$$b_2 = b_3 = \dots = 0$$

$$\Phi(r, \theta) = a_0 + b_0 r^{-1} + (a_1 r + b_1 r^{-2}) \cos \theta$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - E_0 \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos \theta$$

$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$ در این قسمت، برای محاسبه میدان الکتریکی از پتانسیل استفاده می‌کنیم.

$$= -\frac{\partial \Phi}{\partial r} \hat{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \hat{\theta}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \left[\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + E_0 \left(1 + \frac{2R^3}{r^3} \right) \cos \theta \right] \hat{r} - E_0 \left(1 - \frac{R^3}{r^3} \right) \sin \theta \hat{\theta}$$

E_r

E_θ

در الکتریک، برای محاسبه میدان الکتریکی از پتانسیل استفاده می‌کنیم. این عمل برای محاسبه پتانسیل است.

در این قسمت،

$$E_\theta \Big|_{r=R} = 0$$

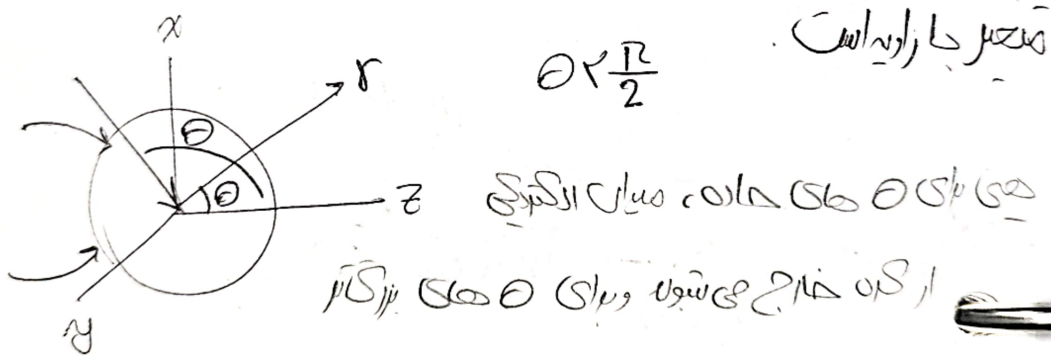
مطلوبه است

$$\xrightarrow{P_{\text{دری}}} E_r |_{r=R} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\sigma = \epsilon_0 E_r |_{r=R}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} + 3\epsilon_0 E_r C \theta \rightarrow \text{رابطه از اعمال کرن و میدان خارجی}$$

همی یک جمله خاصی از جزر سطحی روی یک است که همان درستی از اعمال میدان خارجی هم بود $\left(\frac{Q}{4\pi R^2} \right)$ جمله دوم درستی



از $\theta = 0$ ، میدان الکتریکی $\propto (R)$ و با وارد ϕ شود

$$\int \sigma \cdot dA = \int_0^{2\pi} \int_0^R \left(\frac{Q}{4\pi R^2} + 3\epsilon_0 E_r C \theta \right) R^2 \sin \theta d\theta d\phi = Q$$

2) (2, 3) (3, 4)

RKR Pd m dī spjā

$$\Phi(r, \theta), \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - E_0 \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos\theta$$

$$\boxed{r \gg R} \quad \phi(r, \theta) \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - E_0 r \cos\theta$$

سید علی محمد علی

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{a}_r + \underbrace{E_0 (\cos\theta \hat{a}_r - \sin\theta \hat{a}_\theta)}_{\hat{a}_z}$$

در پتانسیل کولمب آزمون

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - E_0 \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos\theta$$

این قسم
از است

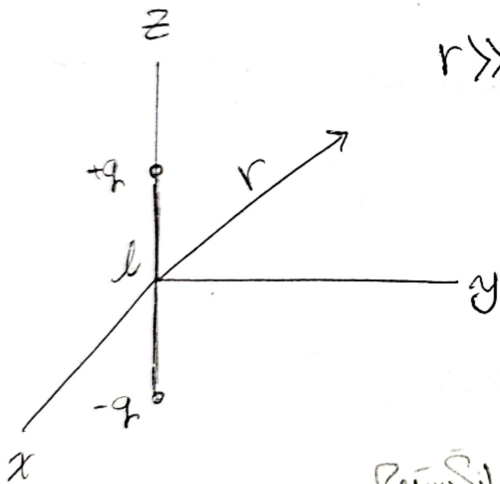
از جابجایی کولمبی
در پتانسیل

(پتانسیل کولمبی)

$$\frac{E_0 R^3 \cos\theta}{r^2} \rightarrow \text{خاصی از دوقطبی الکتریکی}$$

دوقطبی الکتریکی

$r \gg l$



$$P \equiv q \cdot l$$

$$P = q \cdot l$$

$$l \rightarrow 10^{-29} - 10^{-30} \text{ C.m}$$

$$q \rightarrow 10^{-10} \text{ C}$$

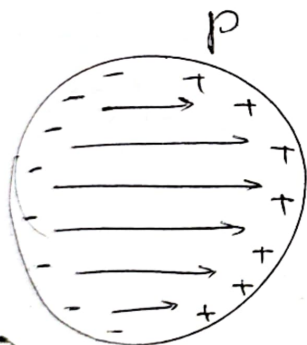
$$P \rightarrow 10^{-11} - 10^{-10} \text{ C.m}$$

$$\phi = \frac{P \cdot \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{P} \cdot \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

حتی اگر کسی از انگسترم هر ذرات از هم جدا شوند، می تواند تشکیل دهنده الکتریکی باشد. اما آنقدر کوچک است که nr هم صحت حای بیار در نسبت n است.

$$\frac{P \cdot Q \cdot \theta}{4\pi R \cdot r^2} = \frac{E \cdot R^3}{r^2} Q \theta \quad \text{چون در کلاس (۱۱) :}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 4\pi R \cdot E \cdot R^3}$$



چون P از جابجایی n میس است

میدان الکتریکی روی کلاس:

$$E_r \Big|_{r=R} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \sigma = \epsilon_0 \cdot E_r \Big|_{r=R}$$

$$\Rightarrow \sigma = \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

✓ مسئله ۵. استوانه، رسانای طولی داریم.



جاری روی سطح گره صفر است. آن را در

محصول میان الکتریکی که ابتدا در داخل بود

قرار می دهیم. میان الکتریکی بر سطح استوانه محو است

بنابراین، میان الکتریکی برای نقاط خارج از

استوانه چقدر است؟ چگالی بار الکتریکی در داخل طول چقدر است؟

در این استوانه بر خلاف گره، نه عاقل می توانیم بدون طول استوانه

حاشیه چپ آن را دوطبی نخواهیم ده. زیرا ایجاد طول استوانه هم می توانیم

است. هم چنین می توانیم گستره دوطبی الکتریکی را در

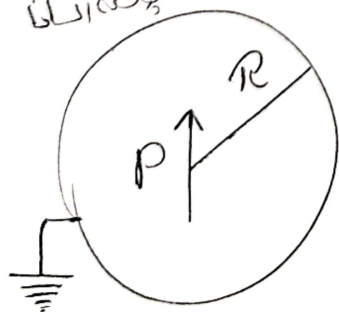


نقاط دور بینیم، زیرا طول استوانه هم می توانیم است

و هر چقدر که دور شویم، باز هم نه اندازه کافی

دور می شویم.

چونکه اینجا

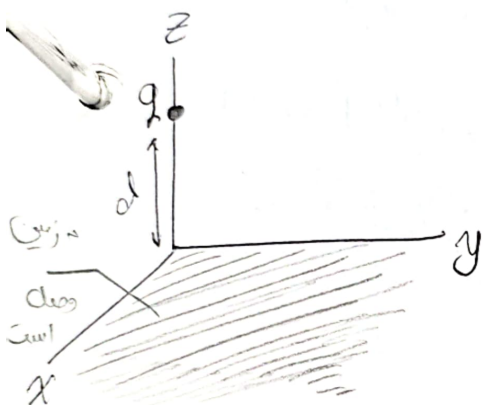


✓ مسئله ۶. پوسته کروی، رسانای متصل به زمین داریم.

دوطبی الکتریکی در مرکز که قرار دارد.

می خواهیم ϕ را در داخل و E را بیرون آن را

اگر q به زمین متصل نباشد، بارهای همگام روی جداره خارجی
 ظاهر می‌گردد. حال که به زمین متصل نباشد، بارها روی سطح
 زمین و در درون آن پخش می‌شوند. بارها داخلی و
 سطح محدودی در آن قرار می‌گیرد.



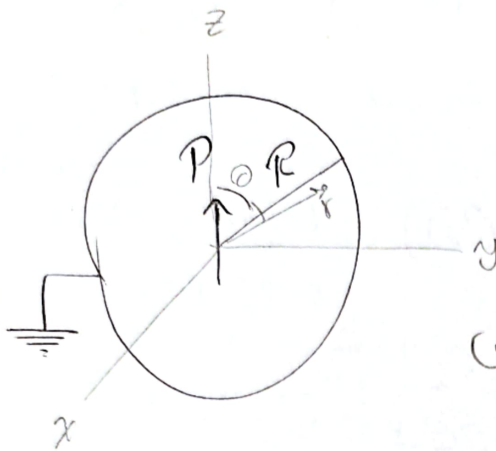
روش تصویر

یک صفحه نامتناهی رسانا به
 زمین وصل شده است. می‌خواهیم
 پتانسیل در بالای صفحه، جایی که بار
 داریم، E ، ϕ چقدر است؟

یک بار q و زمین تقریباً q در جهت $-z$ هم قرار
 می‌دهیم تا پتانسیل صفر باشد. پتانسیل صفر در صفحه قرار
 می‌گیرد. $y + z$ (و از q دور می‌شویم) بارهای منفی
 کمتر می‌شود.

در نهایت خواص q و q'

مسئله دژسټه کړی



میچ توزیع جاري د وړتیا

د لامل کون وچېد نارید چېر

د وړتیا الکتریکي دسې حلله لارې لاس

پای اسی وړتیا پکار است.

د (دستګاهو حالت کړی د لارې

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\cos \theta)$$

1 $r \leq R \rightarrow \Phi(R, \theta) = 0$ د ژسټه کړی

د ژسټه کړی

$$\Phi(R, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n R^n + b_n R^{-n-1}) P_n(\cos \theta)$$

$$\Rightarrow a_n R^n + b_n R^{-n-1} = 0 \quad (n \geq 0)$$

2 $r \rightarrow 0$ د ژسټه کړی د لامل کون وچېد نارید چېر

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\cos \theta) = \Phi_{\text{polynomial}}(r, \theta)$$

$$\phi_{\text{dipole}}(r, \theta), \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{pr \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\sum (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\cos\theta) = \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\Rightarrow b_n r^{-n-1} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad n=1$$

$$\boxed{b_1 = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}} \quad B_0, b_2, b_3, \dots = 0$$

$$\text{I} \rightarrow a_1 = \frac{-p}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\hookrightarrow \text{for } n=1 \quad a_1 R + b_1 R^{-2} = 0$$

$$a_1 R + \frac{-p}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow a_1 = \frac{-p}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\Rightarrow \phi(r, \theta) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \cos\theta \left(\frac{-r}{R^3} + \frac{1}{r^2} \right)$$

المجال الكهربائي

$$\vec{\nabla}\phi = \frac{\partial\phi}{\partial r} \hat{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \hat{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial\phi}{\partial\varphi} \hat{a}_\varphi$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} C_0 \left(\frac{-1}{R^3} - \frac{2}{r^3} \right) \hat{a}_r$$

$$\frac{-P}{4\pi\epsilon_0 r} \sin\theta \left(\frac{-r}{R^3} + \frac{1}{r^2} \right) \hat{a}_\theta$$

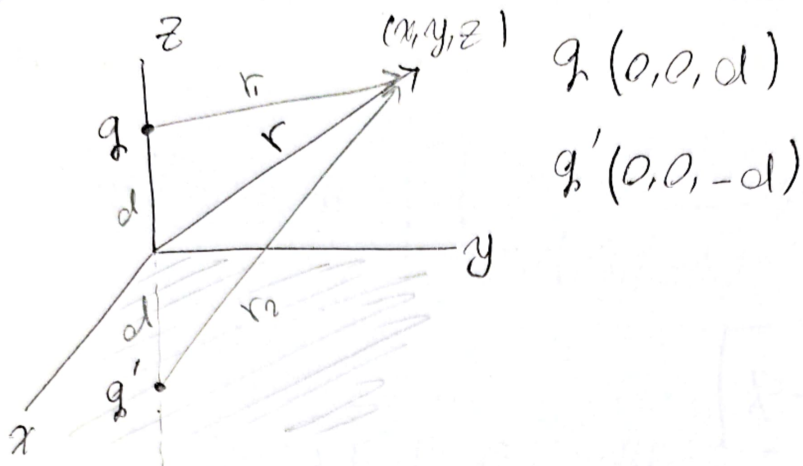
المجال الكهربائي في المنطقة الخارجية، المنطقة الوسطى، المنطقة الداخلية

$$\vec{E}_\theta|_{r=R} = 0$$

من أجل

$$E_r|_{r=R} = \frac{\partial}{\partial r} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} C_0 \left(\frac{-1}{R^3} - \frac{2}{R^3} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} = \frac{-3P}{4\pi R^3} C_0$$



همچنین برای q و q' در حالت لایس صورت می‌کشد، زیرا
 هر دو در حالت لایس صورت می‌کند و N هم دلیل، ترکیب
 خطی استغنا نیز در حالت لایس صورت می‌کند. پس، با ماوراء
 کردن شرایط مرزی، جواب حالت لایس پیدا می‌شود. زیرا حالت
 لایس با شرایط مرزی مشخص جواب پیدا دارد.

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot r_1} + \frac{q'}{4\pi\epsilon \cdot r_2} \quad z > 0$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} + \frac{q'}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}} \quad z > 0$$

این پتانسیل در حالت بالایی صفر می‌باشد.

$$\Phi|_{z=0} = 0$$

شرایط

$$\hookrightarrow \boxed{q' = -q}$$

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}} \right) \quad z > 0$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$

شرایط مرزی

$$\hookrightarrow E_z|_{z=0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon_0 E_z|_{z=0}$$

$$= -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{-q \cdot d}{2\pi(d^2 + x^2 + y^2)^{3/2}}$$

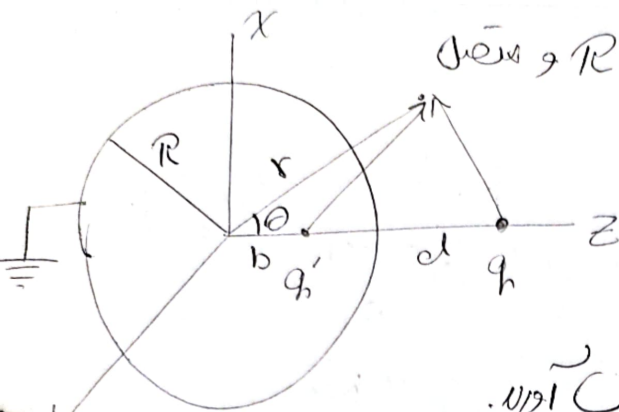
بار الکتریکی در یک جدار دایره‌ای صاف را بیابیم.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma \cdot dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-q \cdot d}{2\pi(x^2 + y^2 + d^2)} dx dy$$

دستگاه قطبی

$$\xrightarrow{\text{قطبی}} \frac{-q \cdot d}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\rho \cdot d\rho d\phi}{(d^2 + \rho^2)^{3/2}} = -q$$

بار $-q$ - جابجایی نیوسازی صاف، متناهی صفر شده است.
 در چنین مسائلی، یکی صاف به ایجاد همخوانی در سطح نیوسازی
 تکلیف می‌دهد. از آنجایی که در سطح همخوانی تکلیف شده
 است که تمام درون آن ویژگی‌های یکسان دارد.



مسئله) که یک بار به ارتفاع R و متصل

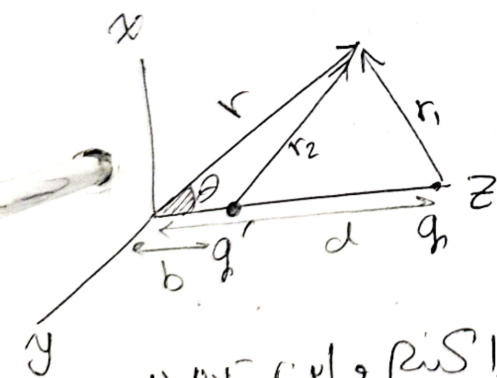
به زمین (V=0) داریم. بار

تقریبی ای که از مرکز که

قرار دارد. پتانسیل الکتریکی

بای نقاط خارج از که را حساب می‌کنیم.

چون پتانسیل که صفر است، پتانسیل داخل که هم صفر است. سطح که کار را زنجیر کرده است، چون سطحی داریم کاری سطح فقط توزیع شده است، و گرنه بای هر نقطه در فضای پتانسیل حاصل از بار q و عدد دارد و پتانسیل از سطح که (که آن را به خاطر آن آنگاه از چگالی بار سطحی یعنی σ) و عدد دارد.



پس با روش تصویر حل می‌کنیم:

یک بار تصویر که هیچ اطلاعاتی

از آن نداریم، باید جای که قرار

می‌دهیم. آنکه بتوانیم این میدان را پیدا کنیم و این میدان در

تدریس برای نیز هست کند، جواب درست آنست و جواب

مسئله همان خواهد بود.

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot r_1} + \frac{q'}{4\pi\epsilon \cdot r_2}$$

$$r_1 = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta}$$

این r_1 و r_2 ، از تعریف

فاصله بین کسینوس ها در

مجاورات مستقیم است

$$\Rightarrow \Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}} + \frac{q'}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta}}$$

($r > R$)

شرایط $\Phi|_{r=R} = 0$

$$\Rightarrow \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}} + \frac{q'}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta}} = 0$$

$\cos \theta$ و ضرایب آن مستقل از θ هستند. با توجه به این ضرایب
که بتانژانت الکتریکی از θ مستقل است، می توانیم ضرایب را صفر
در نظر بگیریم.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta}} \right) \cos \theta = 0$$

در این رابطه از $\cos \theta$
مکمل است.

$$\Rightarrow \begin{cases} q^2(R^2 + b^2) = q'^2(R^2 + d^2) \\ q^2 \cdot R \cdot b = q'^2 \cdot R \cdot d \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q' = \frac{R}{d} q \\ b = \frac{R^2}{d} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2 - 2rd\cos\theta}} - \frac{R/d}{\sqrt{r^2 + (\frac{R^2}{d})^2 - 2r(\frac{R^2}{d})\cos\theta}} \right)$$

($r > R$)

$$\vec{E} = -\nabla\phi$$

میدان الکتریکی را نسبت آوردیم.

$$E_\theta|_{r=R} = 0$$

نتیجه می‌گرفته می‌باشد صفر است.

یعنی در جابجایی روی سطح کروی نیرو وارد نمی‌شود و جابجایی

نمی‌کند و جریان الکتریکی ندارد و الکترودستیک نه این صورت

است.

$$E_r|_{r=R} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

پایه سولانه عرصه میان بارها:

$$\hookrightarrow \sigma(\theta) = \epsilon_0 E_r|_{r=R} \Rightarrow \sigma(\theta) = -\epsilon_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=R}$$

چگالی بارهای تابعی از θ خواهد بود. یعنی n ازای θ هستی

مختل، چگالی بارهای مختلف بارها.

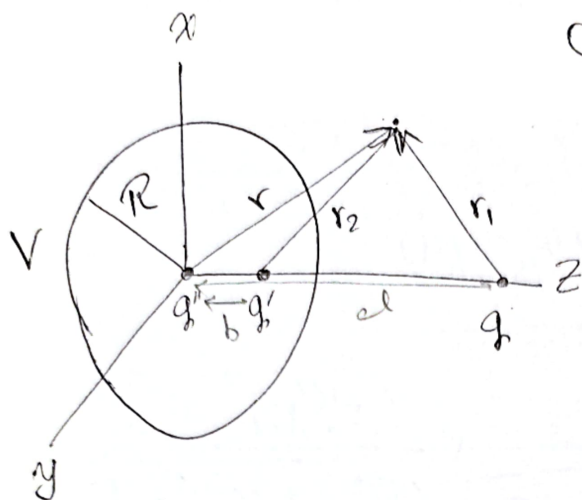
جاریه الفایته سولانه

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma(\theta) \cdot R^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{-R}{\epsilon_0} q = q'$$

بارهای سولانه الفایته، حال جاری است با آن بارها

را بسطی می کنیم.

استاد



مسئله ۳ که، با نایب پتانسیل
قاب V داریم. پتانسیل پای
نقاط خارج که چقدر
است؟

$$\xrightarrow{\text{پایب}} q' = -\frac{R}{d} q \quad b = \frac{R^2}{d}$$

اگر این مدار را جایگزین کنیم، پای پتانسیل صفر این، از آن
کردیم. پس پای پای پای پتانسیل V، پای بار q'' ، از آن که
جایگزین می کنیم.

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r_1 = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos\theta} \quad r_2 = \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos\theta}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos\theta}} + \frac{-R/d \cdot q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + (R^2/d)^2 - 2r(R^2/d) \cos\theta}} + \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (r > R)$$

$$\Phi|_{r=R} = V \Rightarrow \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 R} = V$$

$$\hookrightarrow q'' = 4\pi\epsilon_0 R V$$

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd\cos\theta}} + \frac{-R/d \cdot q'}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + (\frac{R^2}{d})^2 - 2r(\frac{R^2}{d})\cos\theta}} + \frac{R \cdot V}{r} \quad (r > R)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$

: $\vec{r}$ $\vec{r}$ $\vec{r}$

$$E_\theta|_{r=R} = 0 \rightarrow \text{no dipole}$$

$$\Rightarrow E_r|_{r=R} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon_0 E_r|_{r=R}$$

$$\hookrightarrow \sigma(\theta) = -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

$$\text{total charge} \rightarrow \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sigma(\theta) R^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

انتقالی و $q + q''$ ج، الفان و ج.

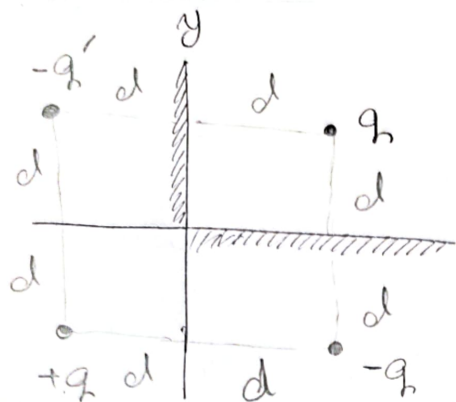
$$\Rightarrow Q_s = \frac{-R}{\alpha} q + 4\pi E \cdot R \cdot V$$

مسئله میدان xOz

xOz و yOz میدان هستند

E ، ϕ و ρ افکار x

این میدان، امپست آفر



نکته: اگر مسئله میدان سمتی باشد (ن ϕ بستگی نداشته باشد)

شرط لازم برای حل به روش بار تقسیم را دارد. اما ممکن است که

باز هم بار تقسیم وجود نداشته باشد. اگر بار وجود داشته باشد، قطعاً

میدان سمتی است. یا مثلاً میدان حسی (در مختصات استوانه

ای) باشد. این ها به شرط لازم است. اگر مستقل از دو بار است

باشد، قطعاً بار تقسیم برای آن وجود دارد.

نکته: در حل مسائل به روش تقسیم، ابتدا باید که با بنابر

هم در نظر می گیریم، سپس بنابر که را اعمال می کنیم.

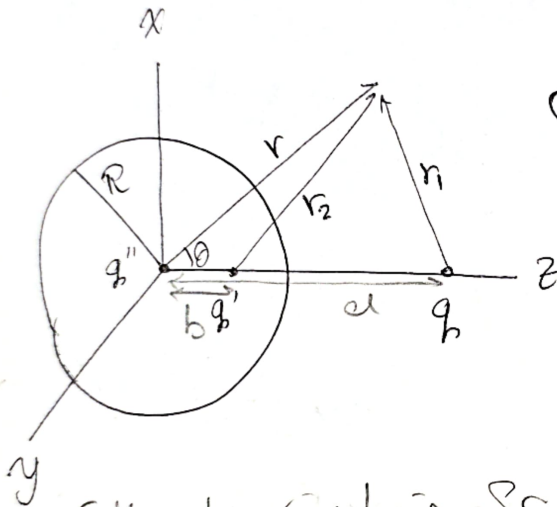
وقتی چنین تدریجی داریم، در اصل باید حلاله بدو اوس را حل

کنیم. در این مرحله، شرایط مرزی گوناگونی می توانیم داشته باشیم

مثلاً برای پتانسیل در یک نقطه یا ذرات

تاریخ مرزی در یک نقطه ← مقدار تابع پتانسیل در آن نقطه باشد.

پس تابع پتانسیل در یک نقطه را چنان می‌کنیم. در این صورت، معادله
دیفرانسیل، مقدار تابع پتانسیل در یک نقطه صفر باشد. پس تابع پتانسیل
را حساب می‌کنیم.



مسئله که در اینجا می‌بینیم

چرا داریم. پتانسیل پتانسیل

نقاط خارج از یک نقطه

است؟

اما می‌بینیم که پتانسیل این یک نقطه چقدر است. اما خوبان
دیفرانسیل و در نظر می‌گیریم. حال این معادله، معادله

برای q در خارج از یک نقطه است. مثل می‌شود: $b = \frac{R^2}{a}$ ، $q' = \frac{R^2}{a}$

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta}} + \frac{-R/a \cdot q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb\cos\theta}} + \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$$

$$E_r|_{r=R} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \phi(\theta) = -\epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

بارها را با $\frac{1}{R}$ ضرب می‌کنیم

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \phi(\theta) R^2 \sin\theta d\theta d\phi = 0$$

انتگرال را بر کل صفر شود.

بار q در خارج کلاه، باعث تشکیل بارهای مثبت و منفی از هر دو می‌شود، ولی انتگرال را بر کل صفر شود.

$$\Rightarrow q'' = + \frac{R}{a} q$$

یعنی q'' و q' بارهای مثبت

تکثیر بارها در سطح کلاه

با رابطه یابی کرد

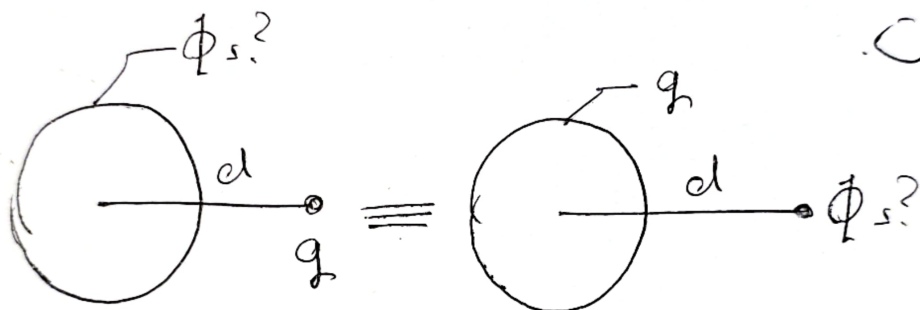
$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta}} + \frac{-R/a}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{R^2}{a}\right)^2 - 2r\left(\frac{R^2}{a}\right)\cos\theta}} + \frac{R/a}{r} \right) \quad (r > R)$$

حال می خواهیم پتانسیل را روی سطح کس را بسط آریه.

$$\Phi|_{r=R} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

اگر بخواهیم پتانسیل را روی سطح کس بسط آریه، از کار
 Φ را به q را روی کس بگذاریم، از کار Φ کس جابجاری

است.



مسئله قبل را برای کس، پتانسیل جابجاری (چاره ای)

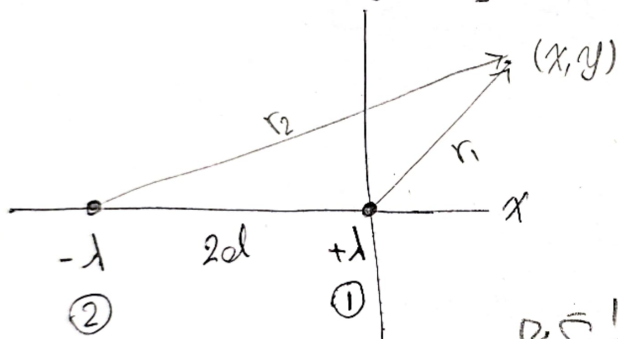
سطح کس حل می.

در نگاه قطبی ← در نگاه مختصات قطبی ای که مختلای محوری است.

برای حل به روش تصویر در زمانی که در سیستم مختلای محوری باشد، لازم است که یک بار مختی نامرود به موازات محور x باشد.

سوال) بار مختی نامرود به چگالی $+1$ و -1 - داریم.

بطور هم پتانسیل را بیست آورد.



باری بار نامرود

داریم، پس می توانیم

چی انتخاب، راه عنوان

نقطه مرجع پتانسیل در نظر بگیریم و

بگویم که پتانسیل در چی نهایت صفر است.

$$\Phi_1 = - \int_{r_0}^{r_1} \vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \Phi_1 = - \int_{r_0}^{r_1} E \cdot dr$$

یک نقطه مری که بی پاییم $r_0 \rightarrow$

کجاست.

$$= - \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} dr \Rightarrow \Phi_1 = \frac{-1}{2\pi\epsilon_0 r} \ln \frac{r_1}{r_0}$$

$$\Phi_2 = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_0}^{r_2} E \cdot dr = - \int_{r_0}^{r_2} \frac{1}{2\pi\epsilon \cdot r} dr$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_0}$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_0}$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

در r_0 که در r_0 است. این r_0 است

این r_0 را می‌توانیم به عنوان نقطه مرجع در نظر بگیریم. در اصل r_0 (بنا بر اختلاف پتانسیل) می‌تواند هر دو نقطه در نظر گرفته شود.

در خواص سطح پتانسیل، r_0 می‌تواند r_1 یا r_2 باشد. این خواص:

$$\Phi = 0 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = M = \text{cte} \rightarrow \Phi = 0$$

$$\text{if } M=1 \Rightarrow \Phi=0 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 1 \Rightarrow \boxed{r_1 = r_2}$$

این صفحه‌ای است که $+1$ و -1 است که پتانسیل صفر دارد

چون این صفحه سی در جاز (خیلی) است، ما می توانیم نقطه
مجموعه متانیل را هم نقطه ای روی صفحه متانیل در نظر بگیریم.

اگر $M \neq 1 \Rightarrow \phi = \text{معمول}$

$$\frac{r_1}{r_2} = M \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{(x+2d)^2 + y^2}} = M$$

$$\frac{x^2 + y^2}{(x+2d)^2 + y^2} = M^2$$

$$(x+2d)^2 + y^2$$

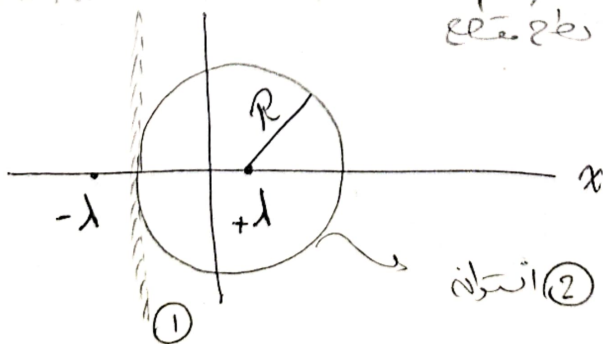
$$\Rightarrow \left(x - \frac{2M^2 d}{1-M^2} \right)^2 + y^2 = \left(\frac{2Md}{1-M^2} \right)^2$$

معادله صفحه
استوانه ای با
محور واقع در

با نقطه $\left(\frac{2M^2 d}{1-M^2}, 0 \right)$ در صفحه xy .

$$R = \frac{2Md}{1-M^2}$$

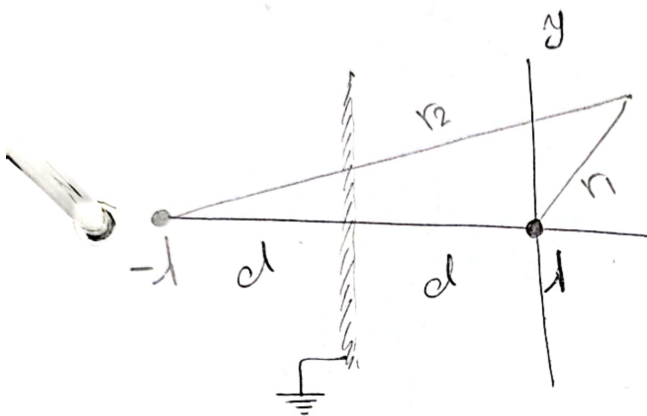
هر چقدر ارتفاع M از استکان
بیشتر شود



پس توانیم ① صفحه هم پتانسیل با پتانسیل ثابت و صفر. و

② یک سطح هم پتانسیل با پتانسیل ثابت و یک غیر صفر

پس آوریم



مسئله خط باردار طول

به دو زبان صفحه رسانا

صفحه به زمین و

فاصله d از آن قرار گرفته

است. پتانسیل الکتریکی، پس آوریم

این حل را از مسئله قبل گرفتیم.

$$\Phi = \frac{-1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{(x+2d)^2 + y^2}}$$

$$\hookrightarrow \frac{+1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{(x+2d)^2 + y^2}{x^2 + y^2} \quad (x > -d)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi \rightarrow E_x \Big|_{x=-d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon_0 E_x \Big|_{x=-d}$$

$$\Rightarrow \sigma_s - \epsilon_s \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x_s = d} = \frac{-\lambda d}{\pi(d^2 + y^2)}$$

$$Q = \int \sigma \cdot dy dz = \int_0^L \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-\lambda \cdot d}{\pi(d^2 + y^2)} dy dz = \frac{Q}{L} = -\lambda$$

که طول خط را از $-\infty$ تا $+\infty$

انتگرال می‌گیریم، زیرا حال طور که قبل

انتگرالی نبود، بار روی یک مربع دار

حقیقی به طول بی‌نهایت، می‌توانیم

اس

قبل انتگرال

مسئله سطح استوانه‌ای طولی را با متراکم در واحد طول

۱ مفروض است. هر این سطح استوانه‌ای به حازان دی

صفحه با پتانسیل صفر قرار گرفته است. فاصله هر استوانه

فاصله h با h است. پتانسیل برای تمام خارج از

استوانه طولی و درست است، صفر چقدر است؟

$$R, \frac{2Md}{1-M^2} \xrightarrow{\text{حرف م}} d, \sqrt{h^2 - R^2}$$

$$h+R, \frac{d(1+M)^2}{1-M^2}, \frac{d(1+M)}{1-M}$$

چگالی دار سطحی القا شده روی استوانه طولی و سطح
را محاسبه آمد.

مسئله استوانه طولی به شعاع R دارد. این استوانه را به زمین

متصل می‌کنیم. خط

باردار به چگالی λ به

موازان محور استوانه

به فاصله d قرار دارد. می‌خواهیم پتانسیل

الکتریکی را برای نقاط خارج استوانه پیدا کنیم.

$$\Phi(r, \theta) = \frac{-1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right) - \frac{1'}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_0'}\right)$$

اندکسهای علامت‌دار هم r_0 در نظر می‌گیریم (به عنوان زمین) و

تناقض به می‌خوریم. پس باید یک نقطه مرجع جدید در نظر بگیریم (r_0')

در اصل، تصور کنیم که سطح هم پتانسیل روی استوانه باشد. در این

صورت، نقطه زیادی وجود دارد که روی سطح استوانه بتوانیم به عنوان نقطه مرجع انتخاب کنیم.

هم چنین یک ارتباطی بین این نقاط مرجع وجود دارد.

$$\Phi(r, \theta) = \frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln r_1 - \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r_2 \quad (r > R)$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_3 + \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r_3'$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{r_+^2 d^2 - 2rdC\theta}$$

$$- \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{r_+^2 b^2 - 2rbC\theta}$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_3 + \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r_3'$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(r_+^2 d^2 - 2rdC\theta)$$

$$- \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln(r_+^2 b^2 - 2rbC\theta)$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_3 + \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r_3'$$

$$r=R \rightarrow \phi(R, \theta) \text{ سو}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(R^2 + d^2 - 2Rd\cos\theta)$$

$$- \frac{1'}{4\pi\epsilon} \ln(R^2 + b^2 - 2Rb\cos\theta) *$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_0 + \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r_0' \text{ سو}$$

* این، $\ln(R^2 + d^2 - 2Rd\cos\theta)$ از $\cos\theta$ به غیر جانیه، اینی

اول $\cos\theta$ و

$$* \frac{R^2}{d^2} \left(\frac{d^2}{R^2} + \frac{b^2 d^2}{R^2} - 2 \frac{bd^2}{R} \cos\theta \right)$$

از $\frac{R^2}{d^2}$ به $\frac{1}{R}$ و $\frac{1}{R}$ به $\frac{1}{R}$ ، $\ln$ حالا به $\ln$ ، $\frac{R^2}{d^2}$ به $\frac{1}{R}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b^2 d^2}{R^2} \cdot R^2 \\ \frac{b \cdot d^2}{R} \cdot R \cdot d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \cdot \frac{R^2}{d} \\ b \cdot \frac{R^2}{d} \end{cases}$$

هر دو $\frac{R^2}{d}$
 به $\frac{R^2}{d}$
 و $\frac{R^2}{d}$
 و $\frac{R^2}{d}$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4\pi\epsilon} (1+\lambda') \ln(R^2 + d^2 - 2Rd \cos\theta)$$

$$\frac{-\lambda'}{4\pi\epsilon} \ln\left(\frac{R}{d}\right)^2 + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_0 + \frac{\lambda'}{2\pi\epsilon} \ln r_0' = 0$$

همچنان می‌توانیم از $\theta = 0$ و $\theta = \pi$ استفاده کنیم. پس در $\theta = 0$ داریم $\cos\theta = 1$ و در $\theta = \pi$ داریم $\cos\theta = -1$.

$$1 + \lambda' = 0 \rightarrow \lambda' = -1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{d} + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_0}{r_0'} = 0$$

حال، اگر $\lambda' = -1$ را در معادله (1) قرار دهیم، داریم:

$$\ln\left(\frac{R}{d} \frac{r_0}{r_0'}\right) = 0 \Rightarrow \frac{R}{d} \frac{r_0}{r_0'} = 1$$

$$\Rightarrow r_0' = \frac{R}{d} r_0$$

اگر r_0 و r_0' را در معادله (2) قرار دهیم، داریم:

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta)$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln\left(r^2 + \frac{R^4}{d^2} - 2 \frac{R^2}{d} r \cos \theta\right)$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_0 - \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{R}{d} r\right)$$

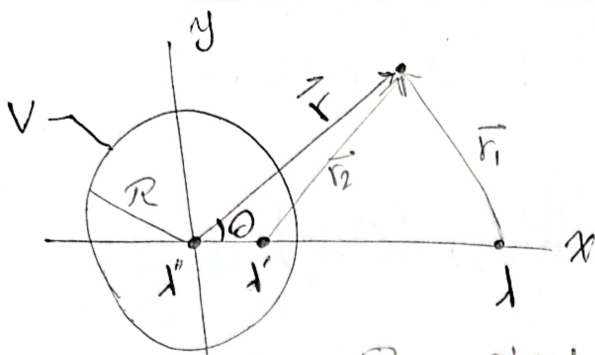
$$\Rightarrow \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left(\frac{r^2 + \frac{R^4}{d^2} - 2 \frac{R^2}{d} r \cos \theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{\frac{r^2 + R^4/d^2 - 2R^2/d \cdot r \cos \theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d}{R}$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{R} \sqrt{\frac{r^2 + R^4/d^2 - 2R^2/d \cdot r \cos \theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}} \right)$$



مسئله استوانه‌ها بتانید $\checkmark$

مسئله مسدود مثل، مسدود

مسدود بتانید بارها

استوانه، Σ 1 بار یک نیمه‌دایه‌ای آن در استوانه

مسدود بارها

$$\Phi(r, \theta) = \frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right) - \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r'_0}\right)$$

$$\frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{r}{r_0''}\right) \rightarrow 1''$$

$$\xrightarrow{\text{پایان}} 1' - 1, b, \frac{R^2}{a}$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{-1}{2\pi\epsilon} \ln r_1 - \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_2 - \frac{1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r}{r''} + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_0 + \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r'_0$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta)$$

$$\frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta)$$

$$\frac{-1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r}{r_0''} + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln r_0 + \frac{1'}{2\pi\epsilon} \ln r'$$

$$\Rightarrow \Phi(r, \theta) = \frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta)$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left(r^2 + \frac{R^4}{d^2} - 2r \frac{R^2}{d} \cos \theta \right)$$

$$\frac{-1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r}{r_0''} + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_0}{r'}$$

$$\Phi(r, \theta) \Big|_{r=R} = V$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4\pi\epsilon} \ln(R^2 + d^2 - 2Rd \cos \theta) - \frac{1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{r_0''}$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left(R^2 + \frac{R^4}{d^2} - 2 \frac{R^3}{d} \cos \theta \right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_0}{r'} = V$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{d} - \frac{1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{r_0''} + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{r_0}{r_0'} \right) = V$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{R}{d} \frac{r_0}{r_0'} \right) - \frac{1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{r_0''} = V$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{R}{d} \frac{r_0}{r_0'} \right) = V \right.$$

$$\Rightarrow \frac{R}{d} \frac{r_0}{r_0'} = e^{\frac{2\pi\epsilon V}{1}}$$

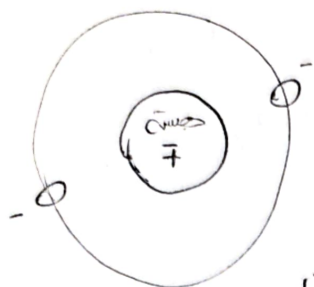
$$\frac{1''}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{r_0''} = 0 \Rightarrow 1'' = 0$$

این یک انتخاب است

در حالت صاف می‌کشد. در این شرایط، جمله اول نام دارد و

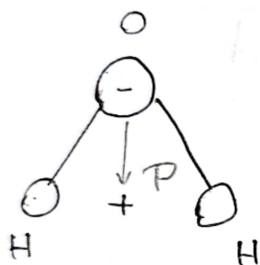
بازتاب درونی می‌کشد و $1''$ ، اصل در نظر می‌گیرد.

در اتم و مولکول ، مرکز تعادل جاذبه های
مثبت و منفی مهم منطبق است و در
این صورت اتم به طور ذاتی خنثی است



اما جاذبه های هم داریم که این مرکز تعادل در آنجا

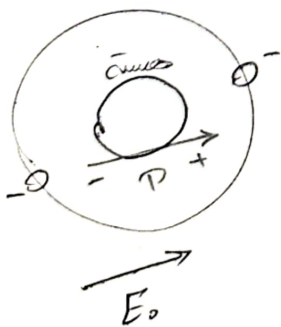
هم منطبق نیستند و می گوئیم این جاذبه به طور ذاتی دو قطبی
هستند. مثل مولکول آب.



$P \equiv \text{electric dipole moment (e.m)}$

گشتاور دو قطبی الکتریکی

مولدی که به صورت ذاتی خنثی هستند ، در اثر میدان الکتریکی خارجی
چهار تغییر در مرکز تعادل جاذبه های مثبت و منفی می شوند
(چون هسته سنگین تر است)

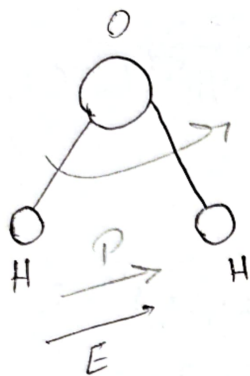


در این صورت ، برای مولدی که به طور ذاتی
دو قطبی هستند ، می گوئیم که قطبی شده است
این شای از محیط قطبی است.

برای جابجایی که ذاتاً دوقطبی هستند اگر میان خارجی اعمال کنیم
حرکتی طولی می‌چرخد که $\vec{P}$ در راستای $\vec{E}$ قرار بگیرد. در این

مورد گشتاور (torque) نیز ایجاد

می‌شود



این خاصیت مربوط به مواد حقیقی

عایقی است. اگر حقیقی رسانا باشد، نه

دلیل داشتن الکترون آزاد صفا الکترون‌ها حرکت می‌کنند. اما جابجایی

که عایقی هستند به دلیل داشتن جاذبه قوی بین هسته و الکترون‌ها

گشتاور اتفاق می‌افتد.

در فرکانس‌های بالا برای رساناها، خاصیت عایقی قوی‌تر از

خاصیت رسانندگی است. (برای تدریج متعین بارها)

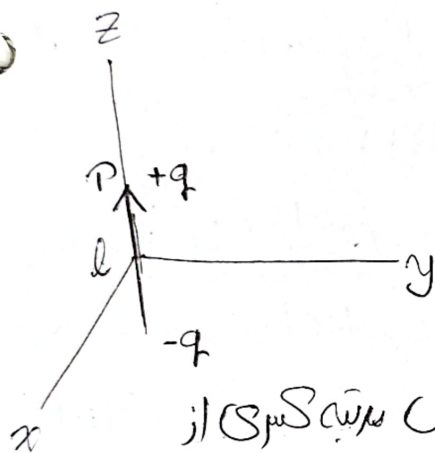
برای عایقی‌ها، تدریجی مثل ضربه زدن به کتاب برای افزایش

درعین حرکت است. در سرعت‌های خیلی بالا (فرکانس‌های

خیلی بالا) نمی‌توان جاسوس کتاب‌ها حرکتی زد و ضربه را در

حقیقت مناسب وارد کرد. وارد شدن ضربه در موقعیت خاص است

بدون ایجاد ذرات میزایی می شود. این موضوع مخصوص مواد عایق است. برای رسانا هم در فرکانس های بالا تلفات ناشی از نوسانات میزایی بسیار ارجح تر است به تلفات ناشی از حرکت الکترون ها که منجر به ایجاد گرما می شود (تلفات اهمی/تلفات زدی)



اگرچه چارژهای بار ایجاد شده.

هم چنین توجه کنیم که اینجا

در آنم هستند و آنم در میانه

آنگستریم است. پس l در میانه مرتبه کسری از

آنگستریم است.

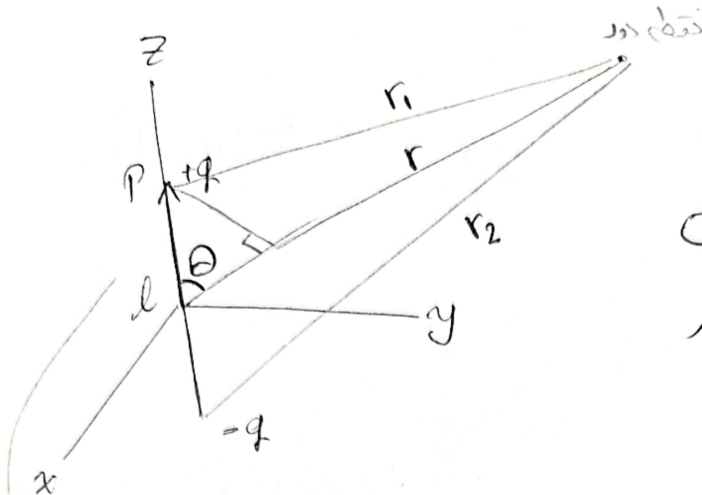
$$l \simeq 0.1 - 1 \text{ \AA}$$

$$\simeq 10^{-11} - 10^{-10} \text{ m}$$

$$P \simeq q \cdot l \Rightarrow P \simeq 10^{-30} - 10^{-29} \text{ (C.m)}$$

$$\simeq 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

برای آنم ها، حرکت های تقبیه



$$r \gg l$$

از دسترس خارج

سی پی نقاط دور

استقامت و کسین

$$r_1 \approx r - \frac{l}{2} \cos \theta$$

$$r_2 \approx r + \frac{l}{2} \cos \theta$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \frac{r_2 - r_1}{r_2 \cdot r_1} \rightarrow \approx \frac{l \cdot \cos \theta}{r^2}$$

تقریب نقطه

$$\Rightarrow \phi = \frac{q \cdot l \cos \theta}{4\pi\epsilon \cdot r^2} = \frac{P \cos \theta}{4\pi\epsilon \cdot r^2}$$

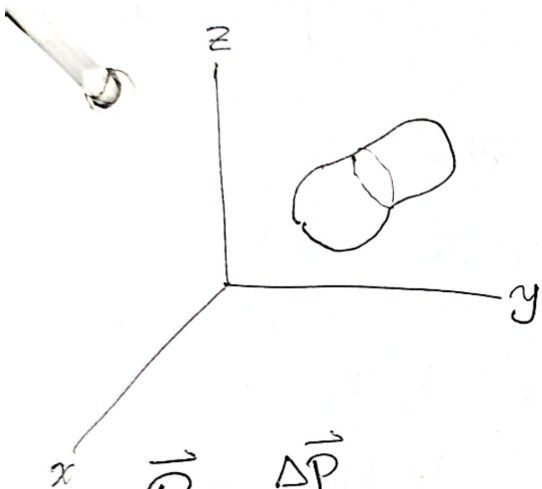
$$\Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi = \frac{P}{4\pi\epsilon \cdot r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})$$

$$\phi = \frac{\vec{P} \cdot \hat{a}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{\vec{P} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\vec{P} \cdot P \hat{a}_z$$

$$\hat{a}_r \Rightarrow \vec{P} \cdot \hat{a}_r = P \cos \theta$$



در محیط کاتی قطب‌دار P
یعنی P های موازی هابا
میان خارجی هم جهت نه.

$$\vec{P} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta V}$$

یعنی در حجم V ، مقدار
 $\vec{P}$ بار S .

چگالی محلی
گشتا در دوپلی
الکترونی

ΔV خیلی کوچکی است. در حدی که

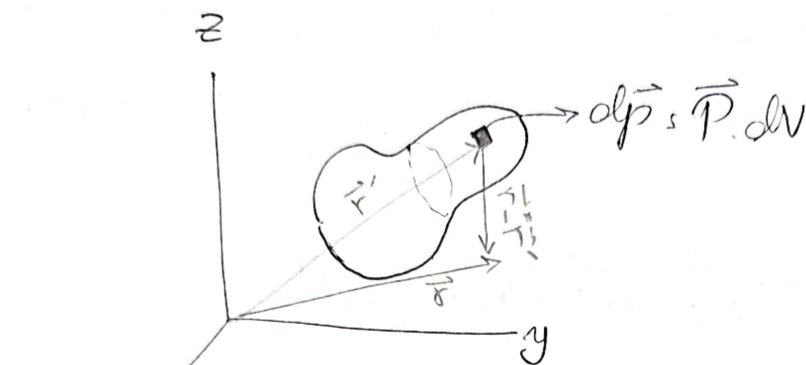
بتوان از قوانین حاکم دینامیک استفاده کرد.

البته ΔV چنان به صفر میل کند که از نظر L می‌توانیم آن را بررسی

$$\vec{P} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta V} \frac{(C.m)}{(m^3)} \rightarrow \vec{P} = \frac{C}{m^2}$$

کبر.
بردار قطب‌ساز
در میان بردار
است.

یہ فلوئس لینے پر اس تعداد زیاد، پتانل الیکٹریک ایجاد
 سے بخاطر جہت و جیسہ چقدر اس؟



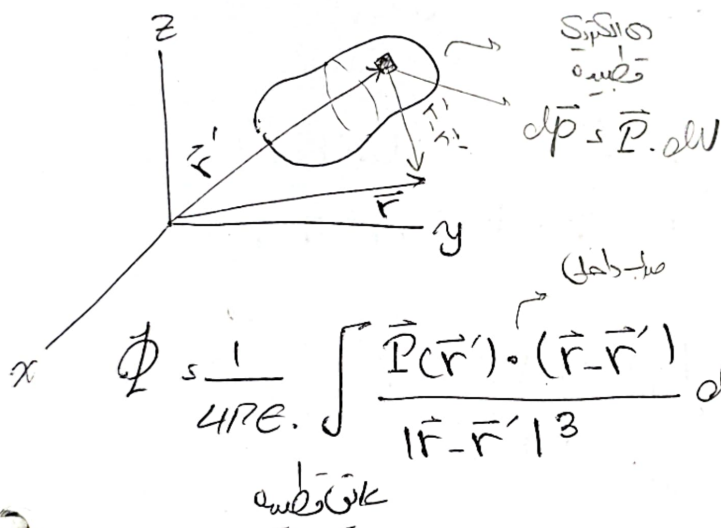
$$d\phi_s = \frac{d\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot \frac{\vec{P} \cdot (\vec{r} - \vec{r}') \cdot dV'}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\Rightarrow \Phi_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \vec{P} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

کے
 سے

ماتریک کانس، رابای خار، دوتیم و حالا می خواهم برای
 جوی های لای می نویسم. وقتی می دی الکتریک، در میان
 الکتریک خارجی قرار می دهیم n دای الکتریک می می کد
 (حاصل می الکتریک) میان الکتریک خارجی، ارض می می

می خواهم بنام الکتریک، در نظر می می



$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

حاصل می

کاتی قطعه

می انجام این کار جاز می می $\vec{P}$ دارم.

$$\rightarrow \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \vec{P} \cdot \underbrace{\vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}_{\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}} dV'$$

اینک، می می
 می می می

از اتحاد داخلی پیرامون استفاده می‌کنیم.

$$\vec{\nabla} \cdot (f \vec{F}) = (\vec{\nabla} f) \cdot \vec{F} + f \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

در اینجا f اسکالر و $\vec{F}$ بردار است.

$$f = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \vec{F} = \vec{P}$$

$$\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right)$$

$$= \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\Rightarrow \oint_{\text{کل V}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' *$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

* با استفاده از قضیه گاوس (دیرشال) انتگرال روی حجم را به

انتگرال روی سطح تبدیل می‌کنیم.

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\omega' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{-\vec{\nabla} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

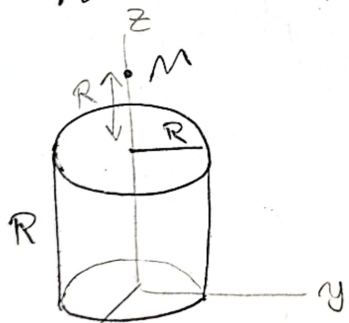
استیال در حجم اندازه به چگالی بار حجمی و استیال سطح اندازه به چگالی بار سطحی داده. جازوی می کنیم.

$$\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \quad \sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n} \Big|_{\text{سطح}}$$

چگالی بار حجمی (منفی)

چگالی بار سطحی (منفی)

از لحاظ دیمانیونی هم داریم: $\vec{P} \equiv \frac{C}{m^2}$, $\vec{\nabla} \equiv \frac{1}{m}$



مثال) استوانه قائم قطبیه منبسط

است. مدار قطبش n محور

(P ثابت) $\vec{P} = P \hat{z}$ است. (همی)

استوانه n محور یکواخت قطبیه منبسط است. در نقطه

M پتانسیل را بیست آورده. (با هم دو روش)

سوال 3
حل اول

نکته در این صورت که P ثابت است، این یعنی $\rho = 0$

مسئله چگالی بارهای حجمی (قضیه) هیچ اثری ندارد. $(\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0)$

پس فقط چگالی بارهای سطحی باقی می ماند. (فقط دایره، جابجایی و سطح جابجایی)

$$\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0$$

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n} \Big|_{\text{سطح بسته}}$$

$\hat{a}_z$ و $\hat{a}_r$ بردارهای واحد در جهت $\hat{a}_z$ و $\hat{a}_r$ است

$$\left. \vec{P} \cdot \vec{n} = P \hat{a}_z \cdot \hat{a}_z \right|_{z=R} = P$$

$$\left. \vec{P} \cdot \vec{n} = P \hat{a}_z \cdot (-\hat{a}_z) \right|_{z=0} = -P$$

$$\left. P \hat{a}_z \cdot \hat{a}_r \right|_{r=R} = 0$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{P \cdot d\vec{a}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{-P \cdot d\vec{a}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

درستی این رابطه را می توانیم با استفاده از $\vec{P}$ ، رابطه جابجایی را به

ممکن است که $\vec{P}$ را از رابطه جابجایی در $\vec{P}$ کنیم که حاصل

عبارتی قطبی می شود و می توانیم از این خاصیت در الکترو

مکانیک کلاسیک استفاده کنیم. در این مقاله جابجایی می شود و می توانیم از آن

و حواشی حاصل

$$Q = \int_V \rho_p \cdot dV + \oint_S \sigma_p \cdot dA$$

در اینجا Q بار الکتریکی است

$$= \int_V -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} dV + \oint_S \vec{P} \cdot \vec{n} dA$$

با استفاده از قضیه دیورانس (نظریه گرادیان)

$$\Rightarrow \int_V -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} dV = \oint_S (-\vec{P} \cdot \vec{n}) dA$$

$$\Rightarrow Q = -\oint_S (\vec{P} \cdot \vec{n}) dA + \oint_S (\vec{P} \cdot \vec{n}) dA = 0$$

(نتیجه)

سوال: در این باره کلیاتی در الکتریسیته معبر است
 اگر $\vec{P}$ و $\vec{E}$ و $\vec{D}$ را داشته باشیم، در این صورت هم بیان می‌کار
 کنیم؟

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

از قانون گاوس داریم:

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho \rightarrow \rho \text{ چقدر در این جا، چقدر بار است}$$

پتانسیل آزاد و معبر است که ایجاد می‌کند.

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_f + \rho_p$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_f - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\underbrace{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}_{\vec{D}}) = \rho_f$$

$$\vec{\nabla} \cdot \epsilon_0 \vec{E} + \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \rightarrow$$

پتانسیل آزاد

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E}$$

$\chi_e \leftarrow$ پیرامتری الکتریکی

جایی که پیرامتری الکتریکی زیاد شود، چگالی قطبیده شود.

electric susceptibility

برای محیط‌های خطی، همگن، و هم‌انگیز، χ_e یک عدد است.
اشکال و ثابت است.

خطی یعنی تابعی از اندازه میدان الکتریکی نیست.

$$\vec{P} = \chi_e (\vec{E}) \cdot \vec{E} \quad \text{در حالت کلی داریم:}$$

که در این صورت درجه خطی نیست.

اگر دامنه میدان الکتریکی زیاد شود، غیر خطی می‌شود. برای

میدان‌های الکتریکی خیلی، محیط‌ها خطی هستند.

همگن یعنی χ_e تابعی از مکان نیست.

همانند ϵ می باشد. برای محیط های غیر
همانند، χ_e یک عدد در مرتبه 2 است.

$$\Rightarrow \epsilon_0 + \chi_e = \epsilon$$

$$\Rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\Rightarrow \epsilon = \epsilon_0 + \chi_e \Rightarrow \chi_e = \epsilon - \epsilon_0$$

با استفاده از آزمایشگاه، با ضرب دی الکتریک χ_e را
را با آزمایش تعیین می کنیم، ادامه می دهیم.

$$\epsilon = \epsilon_0 K$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \rightarrow$$

$\vec{D}$ حاصل می شود

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 K \vec{E} \rightarrow$$

$\vec{E}$ به دست می آید

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E}$$

می توانیم χ_e را به صورت زیر بنویسیم:

$$\chi_e = e \cdot K - e \cdot e \cdot (K-1)$$

$$\Rightarrow \vec{P} = e (K-1) \vec{E}$$

ضرب دی الکتری
ولتاژ

در حالت $\vec{P}$ بستگی آن

مقدار $\vec{D}$ بستگی دارد.

همبسته قانون فاراد

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$

فرم دیفرانسیلی

این حالت ساده

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f$$

فرم انتگرالی

اول لاکسول در

الکتروستاتیک است.

این قانون همبسته مقدار است، حتی در حالت های پستی.

تا قبل از این، قانون اول پستی به نوع حیطه داشت.

همی مثلا حیطه های مختلف در هر یک میان الکتریکی متغیر
طبیعی می شود. همی نحوه طبیعی لایه پلاستیکی و نسبی و...

جمله فرق می کند.

اما با $\vec{D}$ می توانیم بسازی به سبب نداشتن و تعریف داده
نکرده است. زیرا جابجایی معنی اصل وجود ندارد.

$$\vec{D} = \vec{E} + \vec{P}$$

جابجایی معنی متفاوتی می شود

و حال به جابجایی آزاد داریم.

می جابجایی هم نام در هر سطحی می داریم، را دفع می کند
و جابجایی نام در هر سطحی می داریم، را جذب می کند.

هم چنین می توان $\vec{D}$ را به صورت زیر نوشت آورد.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

جابه‌جایی آزاد جابه‌جایی

$$\hookrightarrow \vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E}$$

می خواهم $\vec{\nabla} \cdot \vec{D}$ را ساده تر بنویسم.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = \rho_f$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_f / \epsilon \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} \phi) = \rho_f / \epsilon$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \phi = -\rho_f / \epsilon$$

حله پواسن

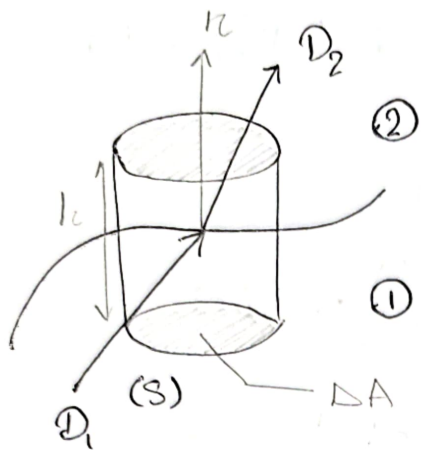
در حل این حله دیفرانسیل هکتی، در نهایت آن را با هم حسب
وین توابع این ربط می دهیم. یکی از مشکلات اساسی هکتاری
کند است. به همین علت به سراغ توابع گرین می آی حل آن
می آوریم.

$$\rho_f = 0 \rightarrow \nabla^2 \phi = 0$$

حله لاپلاس

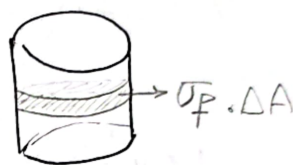
برای حل کامل این حله، نیاز به دانستن شرایط مرزی

داریم. در حل حله لاپلاس به کمک سری، دو جانب a و b
را با استفاده از دو شرط مرزی زیر پیوست می آوریم:



$\vec{D}$ به عنوان $\vec{D}_2$ در بالا و
 $\vec{D}_1$ در پایین محاسبه می‌شود.
 البته وقتی محاسبه می‌کنیم فقط
 در مساحت ΔA کار می‌کنیم.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f \rightarrow \text{در سطح}$$



$$D_{2n} \cdot \Delta A - D_{1n} \cdot \Delta A = \rho_f \cdot h \cdot \Delta A$$

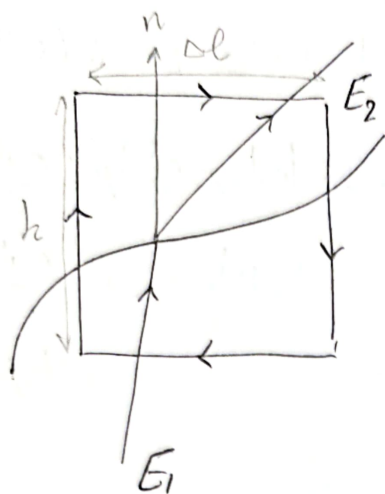
$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_f \cdot h, \quad h \rightarrow 0, \quad \rho_f \rightarrow \infty$$

با این کار $h \rightarrow 0$ و $\rho_f \rightarrow \infty$ و $\rho_f \cdot h$ به σ_f تبدیل می‌شود.

$$\rho_f \cdot h = \sigma_f, \quad \text{چون } h \rightarrow 0, \quad \rho_f \rightarrow \infty$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_f \quad (\text{در سطح})$$

$$\text{اگر } \sigma_f = 0 \Rightarrow D_{2n} = D_{1n} \rightarrow (\text{در سطح})$$



② K_2

دیس میں بسا درخت

دیس میں $\vec{E}$ کا $\vec{E}$

جولہ ہوائی و بجلی

دارز در اینجا مقولہ جولہ

ہوائی موٹر اس

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$E_{2t} \cdot \Delta l - E_{1t} \cdot \Delta l = 0 \Rightarrow E_{2t} = E_{1t}$$

نکۃ درمزد دو سطح D ہاں D ہاں

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_f$$

$$\sigma_f = 0$$

دیس الیکٹرک

$$\sigma_f \neq 0$$

ہاں

$$E_{2t} = E_{1t} \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$$

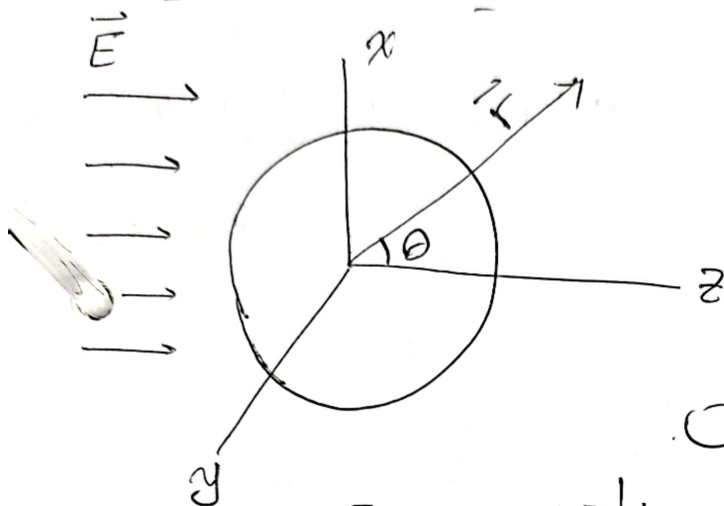
نکۃ

مسئله (مثال) یک کره عایق با ضریب دی الکتریک K داریم.

میدان الکتریکی در داخل و خارج این کره را بیابیم.

میدان خارجی یکسان

هم داریم.



مسئله مثال فوق است.

موجب حل می دهیم معادله ای می نویسیم.

$$\Phi_1(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\cos \theta)$$

$$\Phi_2(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (c_n r^n + d_n r^{-n-1}) P_n(\cos \theta)$$

$$\Phi_1 \Big|_{r=0} \text{ باید محدود باشد} \Rightarrow b_n = 0$$

$$\Rightarrow \Phi_1(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n r^n P_n(\cos \theta)$$

در نقاط دور دست، میدان الکتریکی یکسانی خود را دوباره می‌سازد.

$$E_2 \Big|_{r \rightarrow \infty} = E_0 \hat{a}_z$$

$$\Rightarrow \frac{-\partial \phi_2}{\partial z} \Big|_{r \rightarrow \infty} \hat{a}_z = E_0 \hat{a}_z$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{r \rightarrow \infty} \hat{a}_z = -E_0 \hat{a}_z$$

۱ ثابت انتگرال می‌کند

$$\Rightarrow \phi_2 \Big|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 z + 1$$

است که می‌توانیم آن را
همان‌طور که می‌خواهیم انتخاب کنیم.

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial r} \Big|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 r \cos \theta + 1$$

در این مرحله، برای انتخاب هر یک از ضرایب، می‌توانیم از شرایط دور دست استفاده کنیم.

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n r^n P_n(\cos \theta) = -E_0 r \underbrace{P_1(\cos \theta)}_{\cos \theta} + 1 \underbrace{P_0(\cos \theta)}_1$$

$$\Rightarrow a_n = 0, \quad C_0 < 1, \quad C_1 = E_0$$

(I)

$$C_2 = C_3 = \dots = 0$$

связь между Φ_1

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Big|_{r=R}$$

$$\Rightarrow C, \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^n P_n(C_0)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} (C_n R^n + a_n R^{-n-1}) P_n(C_0)$$

$$\Rightarrow a_n R^n = C_n R^n + a_n R^{-n-1}$$

(II)

$$\sigma_f = 0 \Rightarrow D_m = D_{2m}$$

связь между S_1

$$\Rightarrow \epsilon_0 K E_{1r} \Big|_{r=R} = \epsilon_0 E_{2r} \Big|_{r=R}$$

$$\Rightarrow K \cdot \frac{-\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{r=R} = \frac{-\partial \Phi_2}{\partial z} \Big|_{r=R}$$

$$\Rightarrow K \cdot \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot n \cdot R^{n-1} \cdot P_n(\cos \theta)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cdot n \cdot R^{n-1} + da_n \cdot (n-1) \cdot R^{n-2}) P_n(\cos \theta)$$

از حال سراسری و سیمای P_n می‌توانیم بنویسیم:

$$\Rightarrow K \cdot a_n \cdot n \cdot R^{n-1} = a_n \cdot n \cdot R^{n-1} + da_n \cdot (-n-1) \cdot R^{n-2} \quad \textcircled{II}$$

از سراسری $\textcircled{I}$ ، $\textcircled{II}$ ، $\textcircled{III}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\xrightarrow{n=0} \begin{cases} a_0 = c_0 + d_0 R^{-1} \\ -d_0 R^{-2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = 1 \\ d_0 = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n=1} \begin{cases} a_1 R = \underline{c_1} R + d_1 R^{-2} \\ K a_1 = \underline{c_1} - 2 d_1 R^{-3} \end{cases}$$

$= -E_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{-3E_0}{k+2} \\ a_1 = \frac{E_0(k-1)R^3}{k+2} \end{cases}$$

$$a_2 = a_3 = \dots = 0$$

$$d_2 = d_3 = \dots = 0$$

$$\Phi_1(r, \theta) = a_0 + a_1 r \cos \theta = 1 - \frac{3E_0}{k+2} r \cos \theta$$

$$(r \leq R)$$

$$\Phi_2(r, \theta) = (c_0 + d_0 r^{-1}) + (c_1 r + d_1 r^{-2}) \cos \theta$$

$$= 1 - E_0 \left(r - \frac{(k-1)R^3}{(k+2)r^2} \right) \cos \theta$$

$$(r \geq R)$$

$\lambda = 0$

پایه های مرتبه صفر و اول

$$\Phi_1(r, \theta) = \frac{-3E_0}{k+2} r \cos \theta = \frac{-3E_0}{k+2} z$$

$$\Phi_2(r, \theta) = E_0 \left(r - \frac{(k-1)R^3}{(k+2)r^2} \right) \cos \theta$$

$$\vec{E}_1 = -\vec{\nabla} \Phi_1 = \frac{3E_0}{k+2} \hat{a}_z$$

$$\vec{E}_2 = -\vec{\nabla} \Phi_2 = E_0 \left(1 + \frac{2(k-1)R^3}{(k+2)r^3} \right) \cos \theta \hat{a}_r$$

در جهت
r

$$= -E_0 \left(1 - \frac{(k-1)R^3}{(k+2)r^3} \right) \sin \theta \hat{a}_\theta$$

در جهت
a_theta

$$\vec{D}_1 = \epsilon_1 \vec{E}_1 = \epsilon_0 k \vec{E}_1, \quad \vec{D}_2 = \epsilon_2 \vec{E}_2 = \epsilon_0 \vec{E}_2$$

در جهت

$$\vec{P}_1 = \epsilon_0 (k-1) \vec{E}_1 = \frac{3\epsilon_0 (k-1) E_1}{k+2} \hat{a}_z$$

$$\vec{P}_2 = \epsilon_0 (k-1) \vec{E}_2 \xrightarrow{\text{در جهت}} \vec{P}_{2,0}$$

$$\rho_{P_1} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}_1 = 0$$

$$\sigma_{P_1} = \vec{P}_1 \cdot \vec{n} \Big|_{r=R} = \frac{3\epsilon_0 E_0 (k-1)}{(k+2)} Q_0$$

کل بار الکتریکی در کاپی

$$Q = \int_V \rho_P dV + \oint_S \vec{P}_1 \cdot d\vec{a}$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{3\epsilon_0 E_0 (k-1)}{k+2} Q_0 R^2 \sin\theta d\theta d\phi = 0$$

قبل انتظار

$$-rE_0 Q_0 + \frac{(k-1)R^3}{(k+2)r^2} E_0 Q_0$$

ρ_P در P_1 و Φ_2 در

دانش از (و) و (و)

$$\frac{E_0 (k-1) R^3}{(k+2) r^2} Q_0 = \frac{P_0 Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

اگر K بسیار بزرگی شود، حدی $K \rightarrow \infty$.

$$K \rightarrow \infty$$

در این صورت پتانسیل ϕ است

نیمه به رسانا K .

$$\phi_1 = 0$$

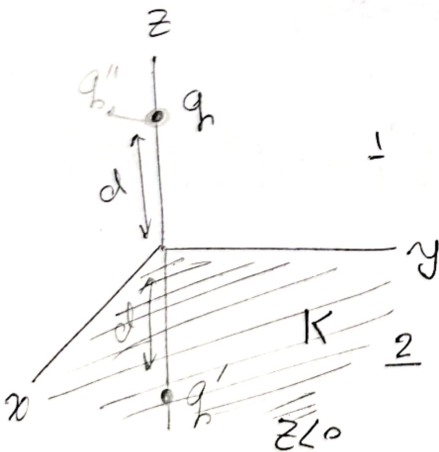
$$\phi_2 = -E_0 \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos \theta$$

علاوه بر این موضوع بخاطر چارهای مقید است که بسیار شبیه به آزاد در رسانا این موضوع بخاطر وجود چارهای آزاد رخ می دهد.

« رفتار الکترود استاتیکی رسانا ها را می توان با در نظر گرفتن

$K \rightarrow \infty$ توصیف نمود »

مسئله) یک ϕ استاتیکی با ضریب دی الکتریک K داریم.



بسیار پتانسیل و مقادیر ϕ

q'' و q' می توانیم

پتانسیل ϕ را بنویسیم

$(z > 0)$:

$$\Phi_1(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}}$$

$(z < 0)$:

$$\Phi_2(x, y, z) = \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 K \sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Big|_{z=0}$$

: Spiegelsystem Φ_1, Φ_2 gleich

$$\hookrightarrow q + q' = \frac{q''}{K}$$

$$\xrightarrow{\text{JAP}} \sigma_F = 0 \Rightarrow D_{1n} = D_{2n} \Big|_{z=0}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E_{1z} \Big|_{z=0} = \epsilon_0 K E_{2z} \Big|_{z=0}$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = K \left(-\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=0}$$

$$\Rightarrow q_h' + q_h'' = q_h$$

$$\begin{cases} q_h' = \frac{-(K+1)}{K+1} q_h \\ q_h'' = \frac{2K}{K+1} q_h \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi_1 = \dots \\ \Phi_2 = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_1 = -\vec{\nabla} \Phi_1 \\ \vec{E}_2 = \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}_1 \\ \vec{D}_2 = \epsilon_0 K \vec{E}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{P}_1 = 0 \\ \vec{P}_2 = \epsilon_0 (K-1) \vec{E}_2 \end{cases}$$

$$\rho_{P1} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0 \quad \sigma_{P1} = \vec{P}_1 \cdot \vec{n} \Big|_{z=0} = \vec{P}_1 \cdot \hat{a}_z$$

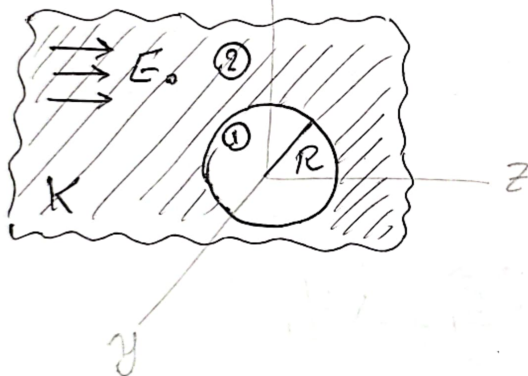
$$Q_P = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_P(x, y) dx dy$$

بارک ایچار سہ
Z سے O jing O

$$= \frac{-(K-1)q}{K+2} = q'$$

پہلے سب کا سہ S_2 (stems)

Φ_1 s? Φ_2 s?



q_1 q_2

q_3

کاری است که در سیستم انجام می دهد تا

همچونای از جابجایی را دنبال کند. مثال جابجایی

سه جابجایی است، ولی می توانیم با استفاده از تعداد جابجایی

تجزیه کنیم.

یک جابجایی را از جابجایی می آوریم و در نتیجه قرار می دهیم و به ترتیب

جابجایی می آوریم. جابجایی از جابجایی حرکت داده می شود. برای

جابجایی اول چون در فضا هیچی نداریم، هیچ کاری نیاز نیست که انجام

دهیم. برای ذره دوم، جابجایی اول مخالف می کند و به طور تمام ذرات

را به همین حالت به حقیقت نشان منتقل می کنیم.

در طول مسیر جابجایی توهم کنیم که نیروی که به ذرات وارد

می کنیم تا حرکتش به سمت، دقیقاً برابر با همان نیروی جابجایی

که از طرف جابجایی وجود در مقصد قرار دارد، زیرا می خواهیم

جابجایی ثابت و بدون کتاب جابجایی را حرکت دهیم. اگر

ذره جابجایی کتاب داشته باشد، تابش خواهد کرد و این یکی بحث

دیکر است.

انرژی ای که در درون هر ذره ذخیره کرده ایم تا به موقع مورد نیاز حرکتش دهیم، به عنوان انرژی پتانسیل در دون سیستم ذخیره می شود. اگر ذرات تابش داشته باشند، این انرژی هار می رود.

هم چنین وقتی ذره به انتقال می رسد، برای متوقف شدن هم دی مقدار تغییرات سرعت خواهد داشت. این تغییرات سرعت باعث تابش می شود و به صورت تابش از سیستم خارج می شود و فقط انرژی حرکتی دال ذره باقی می ماند.

$$q_1 \quad q_2$$

$$w_{21} = q_2 \Phi_1$$

کار لازم برای انتقال بار q_2 از پتانسیل تا مکان خودش با شتاب صفر (سرعت ثابت)

$$\Rightarrow w_{21} = q_2 \frac{q_1}{4\pi\epsilon \cdot r_{21}}$$

که این منبع بخاطر وجود میان تابشی از بار q_1

$$W_{31} = q_{h3} \Phi_1 = q_{h3} \frac{q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{31}}$$

Beispiel

$$W_{32} = q_{h3} \Phi_2 = q_{h3} \frac{q_{h2}}{4\pi\epsilon \cdot r_{32}}$$

$$W_{\text{total}} = W_{21} + W_{31} + W_{32}$$

$$= \frac{q_{h2} q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{21}} + \frac{q_{h3} q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{31}} + \frac{q_{h3} q_{h2}}{4\pi\epsilon \cdot r_{32}}$$

$$W = \frac{1}{2} \left(\frac{q_{h1} q_{h2}}{4\pi\epsilon \cdot r_{12}} + \frac{q_{h2} q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{21}} + \frac{q_{h3} q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{31}} + \frac{q_{h1} q_{h3}}{4\pi\epsilon \cdot r_{13}} \right. \\ \left. + \frac{q_{h3} q_{h2}}{4\pi\epsilon \cdot r_{32}} + \frac{q_{h2} q_{h3}}{4\pi\epsilon \cdot r_{23}} \right) \quad (r_{12} = r_{21})$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \left[q_{h1} \left(\frac{q_{h2}}{4\pi\epsilon \cdot r_{12}} + \frac{q_{h3}}{4\pi\epsilon \cdot r_{13}} \right) \rightarrow \Phi_1 \cdot q_{h1} \right. \\ \left. + q_{h2} \left(\frac{q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{12}} + \frac{q_{h3}}{4\pi\epsilon \cdot r_{23}} \right) \rightarrow \Phi_2 \cdot q_{h2} \right. \\ \left. + q_{h3} \left(\frac{q_{h1}}{4\pi\epsilon \cdot r_{13}} + \frac{q_{h2}}{4\pi\epsilon \cdot r_{23}} \right) \rightarrow \Phi_3 \cdot q_{h3} \right]$$

$$\omega = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \Phi_i \cdot q_i$$

که با استفاده از ریاضی می توان

گفت که اگر می توانیم

هم می توانیم، قبول است

$$\omega = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \Phi_i \cdot q_i \equiv U_E$$

که می توان گفت

$$\hookrightarrow \omega = \frac{1}{2} \int \Phi \cdot dq = U_E$$

$$dq = f dV$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int f \Phi dV = \frac{1}{2} \int \Phi \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{D} dV$$

Vector analysis identity $\rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\Phi \vec{D}) = (\vec{\nabla} \Phi) \cdot \vec{D} + \Phi \vec{\nabla} \cdot \vec{D}$

$$\Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \int_V \vec{\nabla} \cdot (\Phi \vec{D}) dV - \frac{1}{2} \int_V (\vec{\nabla} \Phi) \cdot \vec{D} dV$$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$

$$\Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \oint_S \Phi \vec{D} \cdot d\vec{s} + \frac{1}{2} \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV$$

برای می توانیم از روی الکترواستاتیکی، لازم است که در یک وجه
حاسب استیال را انجام دهیم. استیال محکم، محکم می

جارجی جی نکایں است و انتگرال رطح ، رطح دی کہ
جارجی جی نکایں است .

نکۃ پتانیل دی رطی الکتریکی تابعی از $\frac{1}{r}$ ، دو رطی $\frac{1}{r^2}$ و
است . رطی پتانیل چند رطی رطی الکتریکی زودتر از دی دی
رطی صفر می شود و از پس می رود .

$$\oint_S \phi \cdot \vec{D} \cdot d\vec{s} \rightarrow \text{در دی رطح جی نکایں صفر می شود}$$

$\downarrow$
 $\frac{1}{r}$

$\downarrow$
 $\frac{1}{r^2}$

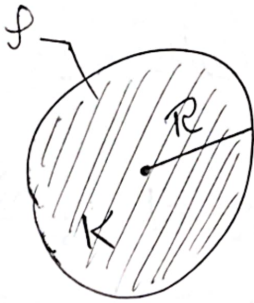
$$\Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \int \vec{D} \cdot \vec{E} dV$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 E^2 dV \quad (1)$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int \phi \cdot dq \quad (2)$$

✓ مسئله در کالی بار ρ انرژی پتانسیل

الکترستاتیکی را محاسبه کنید.



$$U_E = \frac{1}{2} \int E \cdot K E^2 dV$$

$$= \frac{1}{2} \int \phi dq$$

اگر دبی هسته داشته باشیم و الکترون از بی نهایت بیاییم تا
 به هسته برسیم، مسافت حالت قبل است. همچنان دبی خواهیم که
 الکترون نتواند بگردد، پس باید دبی نزد درخلاف جهت حرکت
 به آن وارد کنیم تا با سرعت ثابت حرکت کند. این نزدیک است
 که کار منفی دارد (چون در حال حرکت درخلاف جهت نزدیک است)

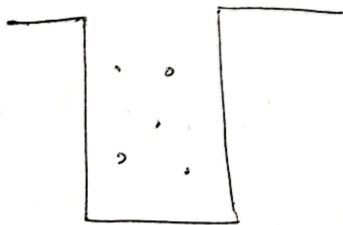


انرژی الکترون در بی نهایت صفر
 چون و با نزدیک شدن به هسته،

حکام منفی می رسد. $0, -5, -10, \dots$

نکته با حرکت دادن الکترون، داریم آن را از پتانسیل صفر به

حکام منفی پتانسیل می رانیم.



در سطحی که چاه پتانسیل
 خواهیم داشت.

انرژی مطلق، ارباب، $U_E = \frac{1}{2} e \int k E^2$ است. اما انرژی ای
 که برای الکتران داریم، در طول مسیر کاهش پیدا می‌کند و متغی
 می‌شود. پس چگونه می‌توانیم انرژی متغی خود را در جای
 U_E ثبت کنیم؟

عبارت $self\ energy$ است. این انرژی خود
 سیستم است. زمانی که تعداد ذرات متغی داشته باشیم
 چنین شرایطی به وجود می‌آید. زیرا یک سری جاذبه هم همراه با
 دافعه داریم.

هم چنین جاذبه تکراری $self\ energy$ به عنوان داریم، زیرا
 حتی کوچک هستند.

U_E حال $self\ energy$ است. حتی اگر بخواهیم
 بار الکتران را در یک نقطه (یا توزیع بار) جمع کنیم، انرژی
 نیاز دارد. در همین حال، با هم‌ارز دلائل بار بین جاذبه‌های دیگر
 انرژی کل کمی تغییر می‌کند. (interaction)

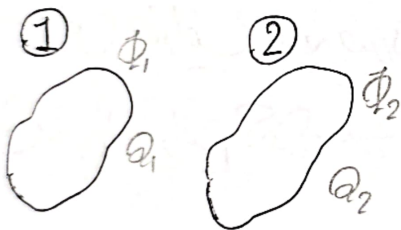
ضرایب پتانسیل



فولت پتانسیل در جدار Q را در R می‌سنجیم
 رابطه Q را داده ایم. (یعنی نسبت Q/R است)
 است یا Q و R در الکترود است (فرقی ندارد)

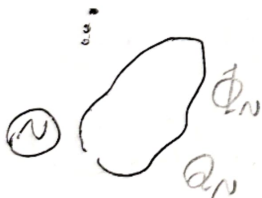
پتانسیل که بهم اسباب

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \rightarrow Q \propto \phi$$



حال که سیستم داریم:

می‌توانیم پتانسیل هر یک را
 را به صورت ترکیب خطی از



جدا جایی که هر یک را

$$\phi_1 = P_{11}Q_1 + P_{12}Q_2 + \dots + P_{1N}Q_N$$

$$\phi_2 = P_{21}Q_1 + P_{22}Q_2 + \dots + P_{2N}Q_N$$

$$\phi_N = P_{N1}Q_1 + P_{N2}Q_2 + \dots + P_{NN}Q_N$$

P_{ij} ضرایب پتانسیل نامیده می شود.

P ها قند n تکی هستند و فاصله بارها بستگی دارد.

مکان گفن:

$$P_{ii} = \frac{\Phi_i}{Q_i} \mid Q_2 = Q_3 = \dots = Q_N = 0$$

و به طور کلی:

$$P_{ij} = \frac{\Phi_i}{Q_j} \mid Q_j \leftarrow \text{کلیه بارها به جز } Q_j \text{ صفر جانند}$$

همه این ضرایب را به صورت تحلیلی می توان محاسبه کرد اما

این ها را می توانیم بنویسیم:

$$P_{ii} \geq P_{ij} \quad P_{ij} > 0$$

سهم از پتانسیل که روی i است

$$P_{ij} = P_{ji}$$

است بخاطر جابجایی بارهای رسانای

جام است $\leftarrow P_{ij}$

$$U = U(q_1, q_2, q_3, \dots, q_N) \quad , \text{دارد}$$

می توانیم درجه آزادی کامل این سیستم را بنویسیم.

$$dU = \frac{\partial U}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial U}{\partial q_2} dq_2 + \dots + \frac{\partial U}{\partial q_N} dq_N$$

فرض : در هر بار که ثابت جابجایی را جابجایی 1 داریم
انرژی در تعادل است.

$$\Rightarrow dU = \frac{\partial U}{\partial q_1} \cdot dq_1$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \phi_i \cdot q_i = \frac{1}{2} (\phi_1 q_1 + \phi_2 q_2 + \dots + \phi_N q_N)$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \left[(P_{11} q_1 + P_{12} q_2 + \dots + P_{1N} q_N) q_1 \right. \\ \left. + (P_{21} q_1 + P_{22} q_2 + \dots + P_{2N} q_N) q_2 \right. \\ \left. + \dots + (P_{N1} q_1 + P_{N2} q_2 + \dots + P_{NN} q_N) q_N \right]$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_1} = \left[\frac{1}{2} (2P_{11}a_1 + P_{12}a_2 + \dots + P_{1N}a_N + P_{21}a_2 + \dots + P_{N1}a_N) \right]$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial U}{\partial a_1} da_1 = [\quad] da_1$$

dU

$$\oint_1 = \frac{dU}{da_1} \Rightarrow dU = (P_{11}a_1 + P_{12}a_2 + \dots + P_{1N}a_N) da_1$$

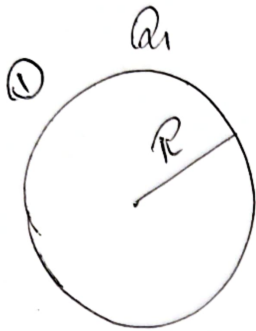
اینجا دیتاها رو میزنیم. از اینجا دوتا چیز میاد:

$$P_{11} = P_{11}$$

$$\frac{1}{2} (P_{12} + P_{21}) = P_{21} \Rightarrow P_{12} = P_{21}$$

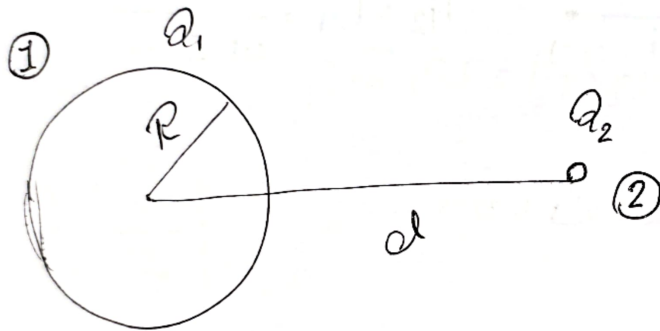
$$\frac{1}{2} (P_{1N} + P_{N1}) = P_{1N} \Rightarrow P_{1N} = P_{N1}$$

نقطہ (نقطہ) کے لیے R شعاع، Q_1 و Q_2



$$\Phi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow P_{11} = \frac{\Phi_1}{Q_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}$$

نقطہ (نقطہ) کے لیے R شعاع، Q_1 و Q_2



$$\Phi_1 = P_{11}Q_1 + P_{12}Q_2$$

$$P_{11} = \frac{\Phi_1}{Q_1} \Big|_{Q_2=0}$$

$$\Phi_2 = P_{21}Q_1 + P_{22}Q_2$$

$$\Phi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow P_{11} = \frac{\Phi_1}{Q_1} \Big|_{Q_2=0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}$$

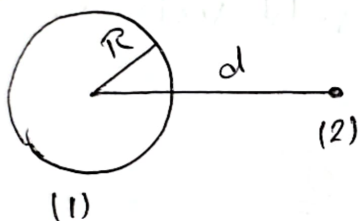
$$P_{12} = ? \quad P_{21} = \frac{\Phi_1}{Q_1}$$

سوال



$$P_{11} = \frac{\Phi_1}{Q_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot R}$$

سوال

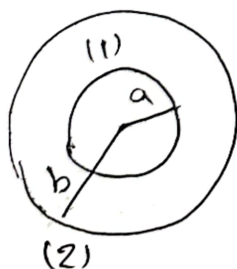


$$P_{12} = P_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot d}$$

رابطه دار Q_2 بیرون است
 $P_{22} \rightarrow$ تعریف نه اس

$$P_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot R}$$

سوال دو گره هم مرکز



$$P_{11} = \frac{\Phi_1}{Q_1} \Big|_{Q_2=0}$$

اگر $Q_2=0$ انکار فضا که $\perp$ را دارم و

این دو گره تقابل گری دارند، چون هم مرکز هستند.

اگر تقارن کردی می دانستیم، نمی توانستیم نه دادی آن را

حل کنیم.

جاری کردن دفاع $\rightarrow$ Φ_1 $\frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot a}$

اس

$$\Rightarrow P_{11} \frac{\Phi_1}{Q_1} \Big|_{Q_2=0} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot a}$$

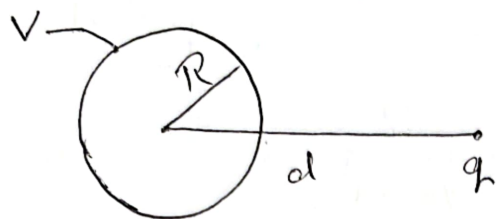
حال $Q_2=0$ را در دفاع می بینیم، از بار که در آن $\perp$ اصلاً وجود ندارد.

$$P_{12} \frac{\Phi_1}{Q_2} \Big|_{Q_1=0} = \frac{\frac{Q_2}{4\pi\epsilon \cdot b}}{Q_2} \Big|_{Q_1=0} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot b}$$

$$P_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot b}$$

$$P_{22} \frac{\Phi_2}{Q_2} \Big|_{Q_1=0} = \frac{\frac{Q_2}{4\pi\epsilon \cdot b}}{Q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot b}$$

سوال: گویا، ما با یک شعاع R به یک پتانسیل V متصل است.



جاریته‌ای q به فاصله d از مرکز گویا قرار گرفته است.

بار الکتریکی القا شده روی سطح گویا را محاسبه کنید.

نکته: این مسئله را می‌توان با جابجایی حل کرد. (باری صورتی شبح ظاهر می‌شود است)

$$\begin{cases} \Phi_1 = P_{11}Q_1 + P_{12}Q_2 \\ \Phi_2 = P_{12}Q_1 + P_{22}Q_2 \end{cases}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} Q_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 d} q$$

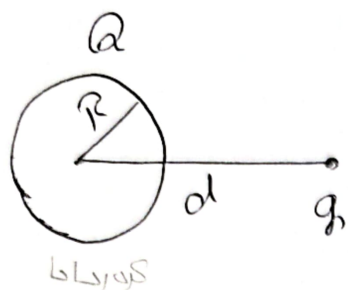
$$\Phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 d} Q_1 + P_{22} q$$

پتانسیل
در نقطه 2
است $\rightarrow Q_1 = \frac{-R}{d} q + 4\pi\epsilon_0 R d V$

مسئله ۱. دو رسانای به شعاع R و d دارای بار Q و q است.

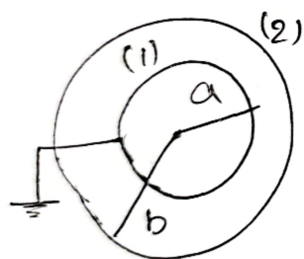
فاصله d قرار گرفته. Q بار که

است. پتانسیل الکتریکی چقدر است؟



$$\Phi_1 = P_{11} Q + P_{12} q$$

$$\Phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot R} Q + \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot d} q$$



مسئله ۲. دو داخلی را به زمین وصل

می کنیم. بار القا شده روی پوسته

داخلی و پتانسیل پوسته کروی خارجی را

پیدا می کنیم.

$$\Phi_1 = P_{11} Q_1 + P_{12} Q_2$$

$$\Phi_2 = P_{12} Q_1 + P_{22} Q_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot a} Q_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot b} q \\ \Phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot b} Q_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot b} q \end{cases}$$

این مسئله در سه سطح حل می شود

$$Q_1 = \frac{-a}{b} q$$

$$\Phi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 b} \left(1 - \frac{a}{b}\right)$$

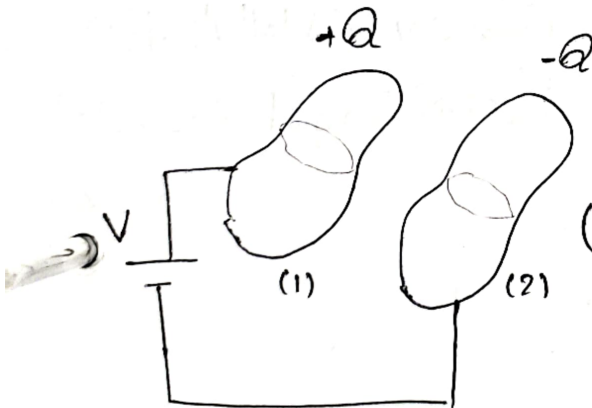
می توان با حلقه لاپلاس و

روش مقابل کردن هم

حل کرد

بعد استفاده از ضرایب پتانسیل نیز مسئله را حل کنید.

سطح زباله می تواند
مرجع پتانسیل باشد



خازن

یک خازن داریم (دوربان)

با اختلاف پتانسیل الکتریکی

تایید V

می توانیم ظرفیت الکتریکی را برای این خازن ها بدست آوریم.
حاصل ظرفیت خازن کار ساده ای نیست، ولی می توانیم با

$$\Rightarrow C_s \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}, \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot ab}{b-a}$$

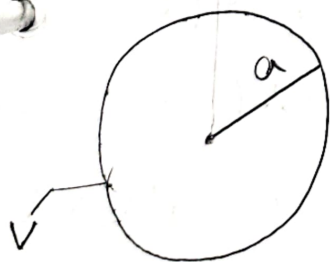
می توانیم ضرایب را به صورت ماتریس به بنویسیم.

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1N} \\ P_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ P_{N1} & \dots & & P_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix}$$

ماتریس ضرایب پتانسیل

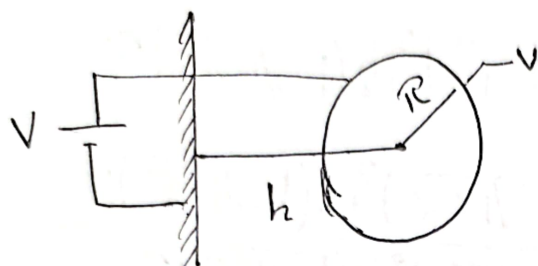
$$\Rightarrow [\phi] = [P][Q], [Q] = [P]^{-1}[\phi]$$

حلقه λ

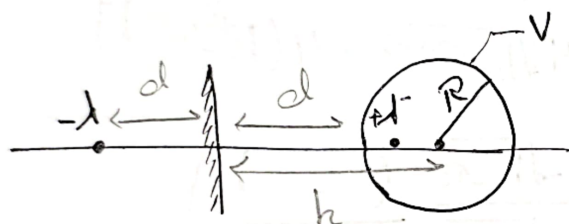


مسئله کرده، رسانا به شعاع a
موضوع است. پتانسیل را بدیاج
V در نظر بگیرید. جارجالانده روی
رابطه کرده، رابطه بدیاج

مسئله: دو سیم رسانای استوانه‌ای طولی به شعاع R به دورا
 صاف رسانای نامتناهی مفروض است.



لارم است دی جاری
 به استوانه و صاف
 وصل کنیم.



جاری خود را بیایداری
 می کنیم.

یک نقاط خارج از دو سیم استوانه‌ای طولی و در سمت راست
 صاف متصل به زمین.

$$\Phi = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{x^2 + y^2}{(x+2d)^2 + y^2} + \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + 4d^2}$$

$$d = \sqrt{h^2 - R^2}$$

می خواهم اختلاف پتانسیل استوانه و صاف را بدست آورم.

آنگاه Φ را روی دایره حل کنیم (خط مقطع استوانه) می توانیم

ببینیم که داریم اختلاف پتانسیل استوانه نسبت به 0 را بدست می آوریم

$$(x - (h - d))^2 + y^2 = R^2$$

: Opl's Nla

$$\Rightarrow (x - (h - \sqrt{h^2 - R^2}))^2 + y^2 = R^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = R^2 - (h - \sqrt{h^2 - R^2})^2 + 2(h - \sqrt{h^2 - R^2})x$$

$$V_s = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{R^2 - (h - \sqrt{h^2 - R^2})^2 + 2(h - \sqrt{h^2 - R^2})x}{[R^2 - (h - \sqrt{h^2 - R^2})^2 + 2(h - \sqrt{h^2 - R^2})x + 4\sqrt{h^2 - R^2}x + 4(h^2 - R^2)]} \right)$$

$$\Rightarrow V_s = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{h - \sqrt{h^2 - R^2}}{h + \sqrt{h^2 - R^2}} \cdot \left(\frac{\quad}{\quad} \right) \right)$$

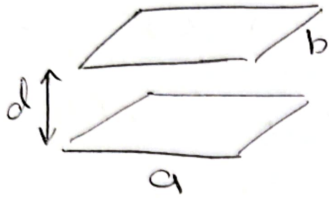
جواب 1

$$\Rightarrow V_s = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{h}{R} - \sqrt{\frac{h^2}{R^2} - 1} \right)$$

$$C_{el} = \frac{1}{V} = \frac{-2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{h}{R} - \sqrt{\frac{h^2}{R^2} - 1} \right)}$$

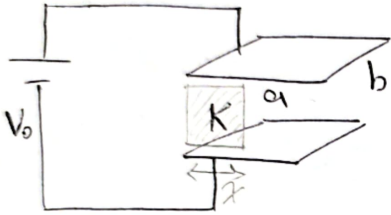
$$\Rightarrow C_{el} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\cosh^{-1}(h/R)} \cdot \frac{\text{circum}}{R \times h} \quad C_{el} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{2h}{R} \right)}$$

مسئله ۵: دی‌خان مستطی (بار).



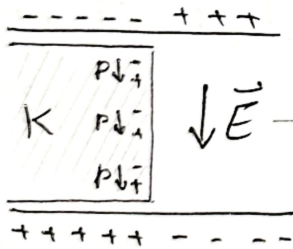
$$d \ll a, b$$

دی الکتریکی κ را از سمت چپ دارد می‌کنیم.
خان هم به جاری متصل است



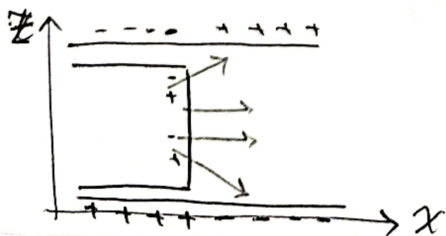
بالای κ بارهای متغی و طبعیه
داریم و در قسمت دیگر بالا، بارهای
مثبت آزاد داریم.

هم‌کار که دی الکتریکی داخل رفت، از یک جایی ν به خود
خان دی الکتریکی را نسبت داخل می‌کنیم.



میان $\vec{E}$ ، κ ، و طبعیه
می‌کنیم

دی نیروی بین بارهای طبعیه و آزاد داریم که در این تجربه آن نیرو



خود دی الکتریکی به سمت داخل
حرکت می‌کند.

چون هم نیرو و هم جوش حرکتی نسبت راست است، به علت
هم جوش بودن نیرو و تغییر مکان، کار انجام شده مثبت است
چون سیستم در حال انجام کار مثبت است، پس انرژی این
سیستم کاهش پیدا می کند.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = -dU$$

+

→

کار انجام شده از

$$-dU > 0$$

طرف میان الکتریکی

پای الکتریکی

$$\Rightarrow dW = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l} = - \int_{U_i}^{U_f} dU$$

$$\Rightarrow \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l} = -(U_f - U_i)$$

حالت اولیه زمانی است که وی الکتریکی به اندازه U_i داخل رفته
باشد و می خواهد شروع به حرکت کند (توسط میدان)

میدان $\vec{F}$ غیر محافظی است، پس:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \left(-(U_f - U_i) \right) = \vec{\nabla} U_i$$

مقدار U_i در آن

مقدار U_i در آن

دارد

پس در این حالت

این به انرژی می شود

حالت F حالتی است که کل دی الکتریک داخل رفته باشد.

$$U_f = \frac{1}{2} E \cdot \int K E^2 dV$$

K ثابت هر کجی می‌گند،

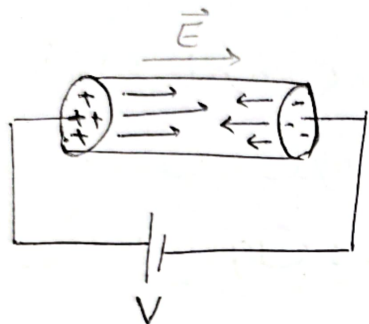
اما چون این ثابت روی جابه‌جایی ولجیه اثر می‌گند، پس ثابت

ندارد.

حال که ابتدا حالتی کل رضا را می‌گردد است، جابجی را قطع می‌کنیم. سپس حالتی را از خازن بیرون می‌آوریم تا فقط بخشی از آن به اندازه ϵ داخل خازن باشد. نیرویی که از طرف میله به حالتی وارد می‌شود را بدست آوریم.

جریان چایا

تا الان همه چیز الکتروستاتیک بود. الان می خواهیم وارد قسمتی شویم که بار الکتریکی حرکت می کند (اما با سرعت ثابت)



یک سیم خازن داریم. در درونش مقدار بسیار زیادی الکترون آزاد داریم. حال یک باتری به آن متصل

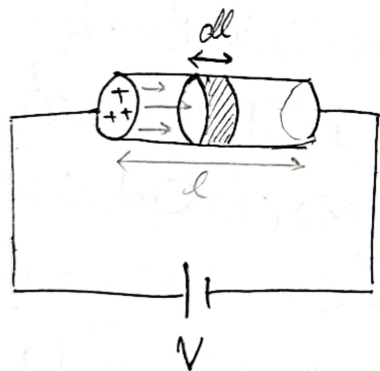
می کنیم. میان الکترونی ناشی از V ، باعث حرکت بارها می شود. از طرفی توجه کنیم که این محیط هتکن است (الکترون های آزاد به طور یکجاهت توزیع شده اند). از طرفی بارهای آزاد از کوتاه ترین مسیر می خواهند به سمت قطب مورد. در داخل رسانا هم چنان میان E را داریم. الان که وارد جریان چایا شدیم، مشکلی نیست که میان در درون رسانا وجود داشته باشد.

اگر حالت داخل الکتروستاتیک باشد، پس دیل نیست و منفی هم داریم که حرکت می کنند. اگر فقط فلز باشد، تنها حالتی که بار الکترون ها هستند.

سرعت حرکتی بار الکتریکی (الکترن آزاد برای فلزات) تحت تأثیر میدان الکتریکی مستقل از زمان و سرعت بوی یا سرعت رانشی می‌گردد که داریم،

$$v \approx 0.1 \text{ mm/s}$$

همه الکترن‌ها در جهت مد نظر حرکت نمی‌کنند. گاهی ممکن است در جهت عکس حرکت کنند. اما میانگین حرکت آنها با سرعت بوی در جهت مد نظر است.



این مقدار محیط L چگال و کم است که به ازای هر جایی که وارد می‌شود همان قدر خارج می‌شود.

یک سطح dl را در نظر می‌گیریم.

تعداد بارهای عبوری از آن سطح برابر با تعداد بارهای عبوری از آن و خارج شده از قسمت دیگر می‌باشد است.

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\rho \cdot A \cdot dl}{dl/v} \equiv A$$

$$\Rightarrow I = f \cdot A \cdot v \Rightarrow J = \frac{I}{A} = f \cdot v = \frac{A}{m^2}$$

$\vec{v}$ بردار است، f اسکالر است. پس J هم باید بردار باشد (کمیت برداری)

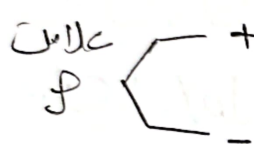
$$\vec{J} = f \cdot \vec{v}$$

برای الکترولیت ها داریم:

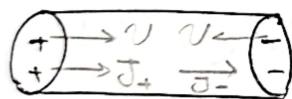
دول مثبت

دول منفی

علامت f



پس برای الکترولیت داریم:

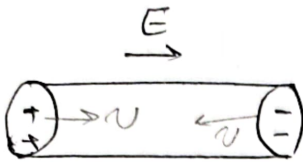


یعنی مثبت که در جهت میانه است.

اما یون منفی هم $f < 0$ است و هم سرعت حرکت در خلاف جهت است. به همین علت چگالی جریان که حاصل ضرب اینهاست در جهت یکسانی با یون مثبت قرار دارد.

$$\vec{J} = \sum_{\text{ا د ل}}^N f_i \cdot \vec{v}_i$$

برای فلزات داریم:



به علت حرکت سبب توضیح v

منظور توضیح حرکت بارهای متغی قرار دادیم که همان جهت حرکت بارهای متغی را در نظر داریم.

کمیته های بسیار کمتری هستند. مثلاً اگر ما میدان را ۱۰٪ افزایش دهیم، اینطور نیست که سرعت حرکت بارها هم ۱۰٪ افزایش پیدا کند، بلکه ممکن است چیزی حدود ۳۰٪ رفته کند. (علت غیر خطی بودن است). پس می توان گفت که v (سرعت) تابعی از $\vec{E}$ است.

$$\vec{v} \propto \vec{E} \Rightarrow \vec{v} = \mu \vec{E} \quad (\text{mobility})$$

قابلیت تحریک $\rightarrow$

البته ما می گوئیم که μ تابعی از $\vec{E}$ است.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{J} = q \cdot \vec{v} \\ \vec{v} = \mu \vec{E} \end{array} \right\} \rightarrow \vec{J} = q \cdot \mu \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{J} = \underbrace{q \mu}_{\sigma} \vec{E}$$

رسانایی

$$\xrightarrow{\text{واحد } g} \frac{A/m^2}{V/m} = \frac{1}{m \underbrace{V/A}_{\Omega}} = \frac{1}{m \cdot \Omega}$$

$$\frac{1}{\Omega} \equiv S \rightarrow \text{زیمنس} \Rightarrow g \equiv \frac{S}{m}$$

در دست های مسطح اگر رها و برق بزنند و حوابیل در دست داشته باشیم، رها و برق چون که به دنبال سرچرخش، راه برای عبور کمین است، سرچرخه درون مدارهای حوابیل، ارتباطی می کند و مستقیماً به سمت حوابیل می آید و آنال سوکت می شود.

کمیت های مادی غیر قابل اندازه گیری هستند در آزمایشگاه
۱- کمیت های (فراهای) مداری در حوابیل آن هستند که قابل
اندازه گیری در آزمایشگاه هستند.

$$\vec{E} = \frac{1}{g} \vec{J} \Rightarrow \vec{E} = \eta \vec{J}$$

پس از یک انتقال گیری، می توانیم آن را به فرم مداری تبدیل کنیم.

$$V_s = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

انتگرال سطح روی سطح

حقیقی کمی (سطح سیم)

و حالا این کمی (V) را می توانیم اندازه بگیریم.

$$J_s = \frac{I}{A} \Rightarrow I_s = \vec{J} \cdot \vec{A}$$

$$J_s = R \cdot I$$

فرم مداری قانون اهم:

$$dI_s = \vec{J} \cdot d\vec{s} \Rightarrow I_s = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$R_s = \frac{V}{I} = \frac{-\int \vec{E} \cdot d\vec{l}}{q \int \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

پس قانون میانی پای فیلد در پای قاب پای رسانهای

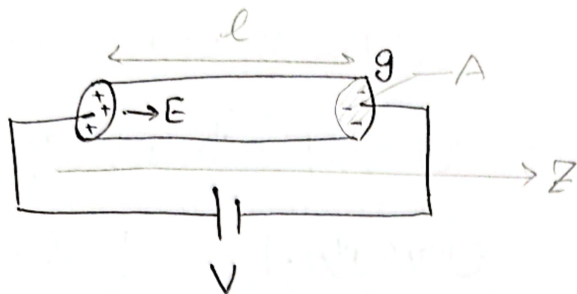
رسانه (خلی - همگن - هائزگارد):

$$\vec{J}_s = g \vec{E} \rightarrow g \equiv \begin{array}{l} \text{مستطاب قاب} \\ \text{رانکار} \end{array}$$

$$\vec{J}_s = g(\vec{E}) \cdot \vec{E}$$

غیر خلی ←

مسئله ۱



اختلاف پتانسیل دو سر :

$$V = - \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_l E \hat{a}_z \cdot dz \hat{a}_z$$

$$= - \int_l E dz = +El$$

در این مسیر بازگشتی مسافت ثابت است

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = g \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = g \int E \hat{a}_z \cdot ds \hat{a}_z$$

سطح مقطع سیم‌کشی سطح مقطع سیم‌کشی

$$\Rightarrow I = g \int_l E \cdot ds = gEA$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{El}{gEA} \Rightarrow R = \frac{l}{gA}$$

اگر سطح نازک خنجر مقادیر

الکترونی را می توانستیم جابهجایی

روشن حساب کنیم. در این روشن

حاجریان را دردی نقطه در نظر می گیریم و نه

همین دلیل جابهجایی صورت نگیرد. اما الان در یک جابهجایی دردی

نقطه نداریم، بلکه $\Rightarrow$ جابهجایی را در نظر می گیریم. هم چنین

مقدار R در این حالت دی کسر با صورت و خارج دارای

توابع بیل و توابعی خواهد بود. جابهجایی دادن و جابهجایی a

n صفر (سطح نازک) به همان رابطه $R_s \frac{l}{GA}$ می رسم.

قانون بقای بار الکتریکی

مقدار بار درون رسانا متغیر می دهیم.

جابهجایی الکتریکی در رسانا آزاد

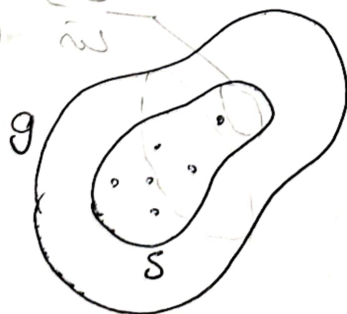
هستند و دورترین فاصله را از هم

می گیرند.

«اگر سطح نازک (دارای سطح)»

«در سطح رفته»

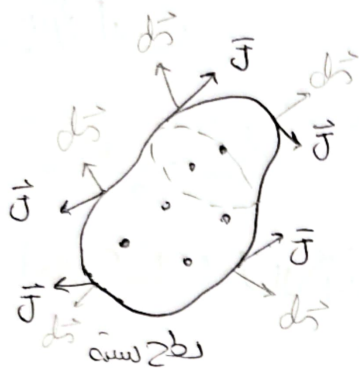
دفعه
نقطه



رسانا

$$\vec{E} = \vec{g} \cdot \vec{s}$$

یک سطح بسته در درون اشیاء در نظر می‌گیریم. جابه‌جایی در درون این سطح بسته وجود دارد.



یک سطح بسته در درون اشیاء در نظر می‌گیریم. جابه‌جایی در درون این سطح بسته وجود دارد.

$\vec{J}$, $d\vec{s}$ هر دو جهت هستند

$$I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV$$

$$\vec{J} \cdot d\vec{s} > 0 \quad \frac{d}{dt} \int \rho \cdot dV > 0$$

$$\ominus \frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV < 0$$

کاهش بار از داخل

$$\Rightarrow \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$\Rightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV + \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0$$

$$\Rightarrow \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0$$

پای هم سطح بسته

مستقر است

$$\Rightarrow \oint_V \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

حالت پیوستگی

(قانون بقای بار الکتریکی)

$$\vec{\nabla} \cdot (g\vec{E}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$g \vec{\nabla} \cdot \vec{E} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{g}{\epsilon} \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{g}{\epsilon} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{g}{\epsilon} t}$$

تاب زمانی

$$\left| \frac{-g}{\epsilon} \tau \right| = 1 \Rightarrow \tau = \frac{\epsilon}{g}$$

relaxation time (سازگار تاب زمانی)

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-t/\tau} \quad \text{if } t \gg 4\tau \Rightarrow \rho(t) \rightarrow 0$$

$$\tau = \frac{\epsilon_0}{g} = \frac{10^{-9}/36\pi}{3.8 \times 10^{17}} \simeq 10^{-19} \text{ s}$$

همین برای مس 10^{-19} طول می کشد که جابجا از داخل به بیرون
نقطه می ریزد و به حالت جابجا می ریزد.

البته در واقعیت 10^{-14} s طول می کشد.

علت این است که ϵ_0 که در رابطه قرار دادیم، جابجا می کشد
زغال جابجا می کشد. چون در هر لحظه فرکانس ها متفاوت می کشد، لازم
است که یک رابطه عمومی بنویسیم و فرکانس را در
نسبت قرار دهیم.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{در حالت پیوستگی:}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{در جریان جابجا، تغییرات زمانی نداریم.}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \Rightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV = 0$$

$$\Rightarrow \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

این‌ها KCL است. $\Rightarrow \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0$
 جمع جری جریان‌های وارده و
 نری نته صفر است.

همچنین در یک سیم در راستای سیم، ذرات هیچ‌کدام
 در مسیر بسته را طی نمی‌کنند. یعنی غیر چرخشی هستند.
 میدان‌های غیر چرخشی فقط پتانسیل هستند.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = 0$$

این‌ها KVL است. $\hookrightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
 جمع جری پتانسیل‌ها در یک نته صفر است.

این روابط برای جریان‌های پایداری،
 قوانین KVL و KCL مقدار نیست. در جریان‌های فرکانس
صفر است. پس $\frac{C}{F} \rightarrow \infty$ (در مکرر دماهای فرکانس)

50Hz اسٹریٹ کرنٹ 1500 rpm

سپیڈ، حوالہ پوائنٹ، ڈائریکشن

(جہاں پایا)

$$\oint \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (g\vec{E}) = 0 \rightarrow g \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

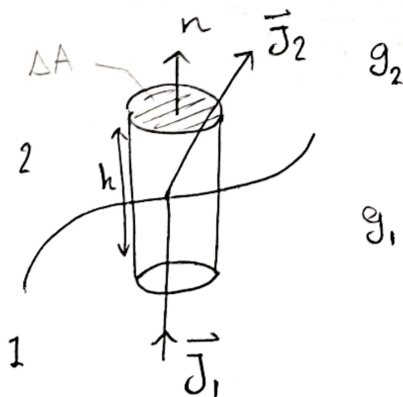
$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} \phi) = 0 \Rightarrow \nabla^2 \phi = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

نکالے مرزے

$$\hookrightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV = 0 \Rightarrow \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{r} = 0$$

کرنل کے لیے دیکھیں
کے کمرے پوائنٹ



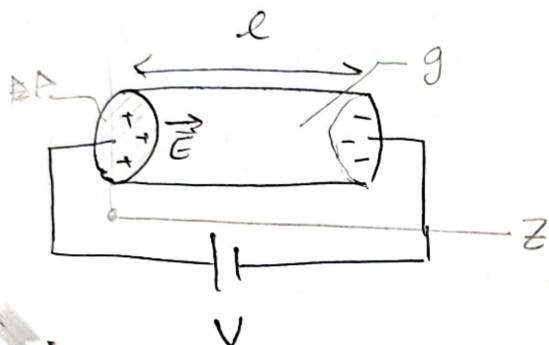
$$J_{1n} = J_{2n}$$

$$g_1 E_{1n} = g_2 E_{2n}$$

می خواهیم مقادیر الکتریکی را جادل معادله لاپلاس

بسیار کم

(مسئله)



$$\nabla^2 \phi = 0$$

در اینجا ϕ تابعی از r نیست، زیرا

حل ارضال تنه بسیار کوچکی است

و تقریباً بی ارتفاع ثابت دارد. هم چنین تابعی از ϕ هم نیست

زیرا جهت ϕ اهمیت خاصی ندارد. اما تابعی از z هست.

(دستگاه خازن استوانه‌ای)

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\hookrightarrow \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \rightarrow \phi = \lambda_1 z + \lambda_2$$

$$\phi \Big|_{z=0} = V \Rightarrow \lambda_2 = V$$

$$\Phi|_{z=l} = 0 \Rightarrow \lambda_1 \cdot l + V = 0$$

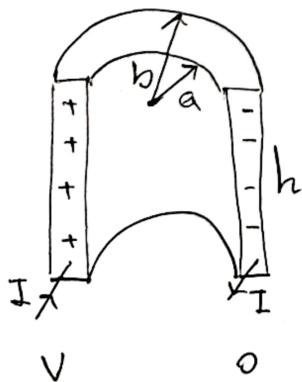
$$\Rightarrow Q, \frac{-V}{\ell} z + V, V \left(1 - \frac{z}{\ell}\right)$$

$$\vec{E} \cdot \frac{-dV}{dz} \hat{a}_z \Rightarrow \vec{E} \cdot \frac{V}{l} \hat{a}_z$$

$$\vec{J} \cdot g \vec{E} \Rightarrow \vec{J} \cdot \frac{gV}{\ell} \hat{a}_z$$

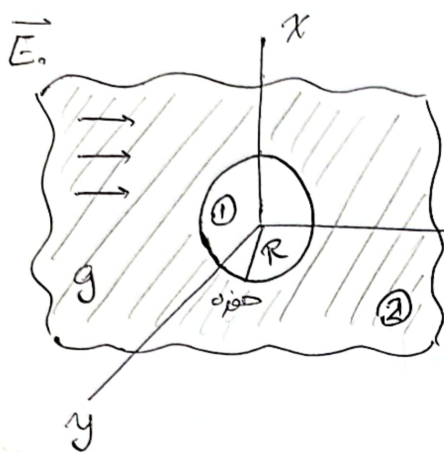
$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = \int \frac{gV}{\ell} \hat{a}_z \cdot d\hat{a}_z = \frac{gV}{\ell} A$$

$$\Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{l}{\sigma A}$$



مسئله معادله R با نام ϕ

معادله ϕ



دیسٹاہ ϵ_1 ، ϵ_2 ، ϵ_3 ، ϵ_4 ، ϵ_5 ، ϵ_6 ، ϵ_7 ، ϵ_8 ، ϵ_9 ، ϵ_{10}

و در آن ϵ_1 خفزه R و R

ایجاد می کنیم. میان الکتریکی

E که ابتدا یکواخت بوده است

احمال می شود. مطلوب است محاسب

میان الکتریکی، پتانسیل، چگالی جریان در هر دو محیط.

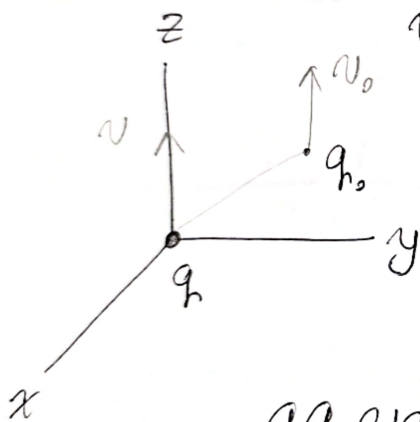
مگنتروستاتیک

در میان الکتریکی عمل می‌کنیم

$$\vec{F}_e = q_h \vec{E}$$

نیروی الکتریکی در نیروی مرکزی است، در حالی که نیروی مغناطیسی مرکزی نیست.

$$\vec{F}_m = q_h \vec{v} \times \vec{B}$$



جاره‌های q (چشمه) با سرعت v در جهت z حرکت می‌کنند.

F_m نیروی وارد بر بار q_h

μ بار q_h است.

$$F_m \propto \frac{q q_h v v_0}{r^2}$$

$$F_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q q_h v v_0}{r^2}$$

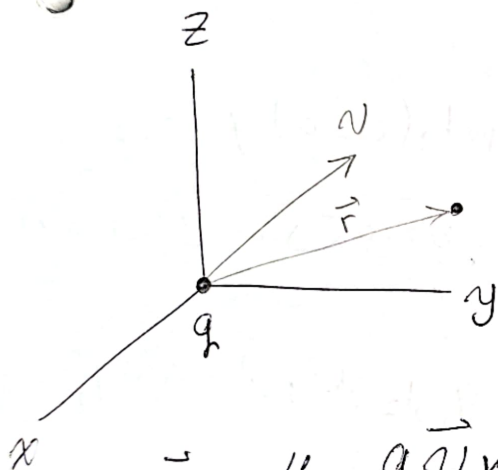
$$\Rightarrow F_m = q_h v_0 B$$

میان مغناطیسی ناشی از بار چشمه q در میان بار آزمون q_h

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2}, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-9} \frac{N \cdot s^2}{C^2} \rightarrow \text{نسبت به سرعت حرکت}$$

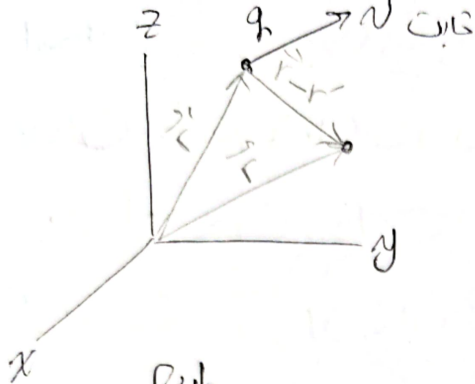
در این رابطه μ_0 یک ثابت است و به سرعت حرکت بستگی ندارد.

رابطه بین $\vec{B}$ و $\vec{v}$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\xrightarrow{B \parallel v} \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$\mu_0 \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 c^2} \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

میدان ضابطی می تواند میان الکتریکی هم تولید کند. دسی تری
هستند که می تواند به جار آهن نیز وارد کند. ضمناً هر دو
نیز در مارتی رایت محدود هستند.

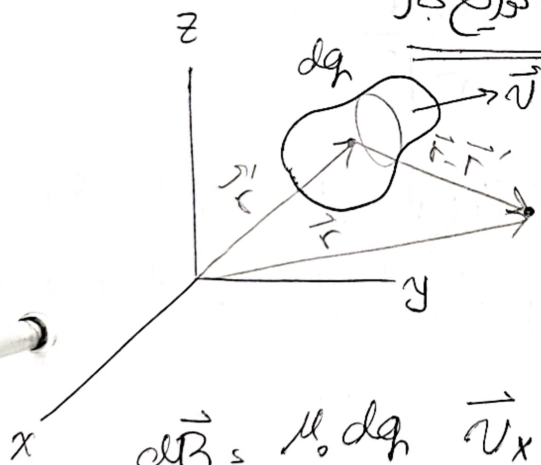
$$\frac{q}{4\pi \epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rightarrow \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$$

اینجا وارد حوزه‌های دینامیکی می‌شویم. (نسبت خاص)
 به این ظاهر نور در یک دور، متوجه می‌شویم که حاداً
 اسکالر تحت تبدیلات گالیلای خوردا نیستند، بلکه باید
 از تبدیلات لورنتز استفاده کنیم.

هم چنین میان مختصات حاصل از حرکت ذره حتی اگر در
 سرعت پایینی باشد، باز هم سهولت نور اجتناب ناپذیر
 است.

میان دینامیکی مختصات برای توزیع بار



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 dq}{4\pi} \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dq$$

توزیع بار

میدان مغناطیسی برای سیم جاربیال پایا

سیم نازک در نظر

می گیریم که از طول آن جاربیال

پایا می گذارد. جاربیال پایا توسط الکترون های

تکثیر شده است که با سرعت فوق حرکت می کنند.

می خواهیم میدان مغناطیسی را برای این سیم بدست آوریم.

$$\vec{v} dq = \vec{v} \cdot d\vec{l}$$

$\vec{v} \rightarrow$ سرعت

$\vec{l} \rightarrow$ سیم

$$\vec{J} \cdot A d\vec{l} = J A d\vec{l} = I d\vec{l} = k d\vec{l}$$

پس برای سیم نازک حالت جاربیال داریم:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{k \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{l}$$

حساب دیر (دیر) و جاس (جاس)

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{J}(\vec{r}') \times \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV'$$

از اینکال، دیر و جاس
اتر و جاس

vector analysis identity $\rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) - \vec{F} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{G})$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}')) dV'$$

دیر و جاس، دیر و جاس، دیر و جاس

$$- \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

صفر

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$$

می توان نوشت:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = 0$$

در فضای میان

خطای گذرنده از

یک سطح بسته صفر است.

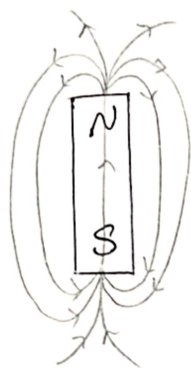
قفسه کلاس

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

همی در یک سطح بسته، تعداد ورودی ها و خروجی ها برابر هستند.

پس می توان گفت که خطوط میان خطای فضایی همواره منتهی های

بسته هستند.



یا یک قفسه خطای فضایی نداریم

این در حالی است که خطوط میان

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \rightarrow \infty$$

الکتریکی می تواند باز باشد.

بی خاصیت کول B را حساب کنیم.

دفعی آید میان $\vec{B}$ در نقطه r (محل بار) چقدر است یا نه.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \underbrace{\vec{\nabla} \times}_{\vec{A}} \left[\underbrace{\vec{J}(\vec{r}')}_{\vec{B}} \times \frac{\hat{a}|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \right] dV'$$

$\vec{\nabla}$ روی پارامترهای محل بار اثر می‌کند، اما انتگرال روی پارامترهای

بار دار است. پس $\vec{\nabla}$ از انتگرال بیرون می‌رود.

اتحاد $\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})\vec{A} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})\vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[(\vec{\nabla} \cdot \frac{\hat{a}|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}) \vec{J}(\vec{r}') \right.$$

$$\left. - (\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}')) \frac{\hat{a}|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \right.$$

صفر چون روی بار اثر نمی‌کند

$$\left. + \left(\frac{\hat{a}|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{J}(\vec{r}') - (\vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}) \frac{\hat{a}|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \right] dV'$$

صفر چون روی بار اثر نمی‌کند

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} (\vec{\nabla} \cdot \frac{\hat{a}_{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}) \vec{J}(\vec{r}') dV'$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} (\vec{J}(\vec{r}') \cdot \underline{\underline{\vec{\nabla}'}}) \frac{\hat{a}_{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} dV'$$

↓
 کابل (یا کابل پاره) تغییر دهنده
 در سطح مغناطیسی جابجایی و در سطح اسکالر + دینامیک

نکته: اجازه بدهی قواعد $\vec{r}$ و $\vec{r}'$ را، کابل را تغییر دهی.

در $\vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}'$ می‌تواند $\vec{\nabla} \cdot \vec{f}(|\vec{r}-\vec{r}'|)$ باشد
 زیرا $\vec{r}$ متغیر دارد.

$$\xrightarrow{\text{انتخاب}} \oint_S \vec{B} (\vec{A} \cdot d\vec{s}) = \int_{V'} [(\vec{\nabla}' \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}') \vec{B}] dV'$$

$$\vec{A} \equiv \vec{J}(\vec{r}'), \quad \vec{B} \equiv \frac{\hat{a}_{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int (\vec{\nabla} \cdot \frac{\hat{a}_{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}) \vec{J}(\vec{r}') dV'$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\hat{a}_{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} (\underline{\underline{\vec{J}(\vec{r}')}}) \cdot d\vec{s}'$$

$$- \frac{\mu_0}{4\pi} \int (\underline{\underline{\vec{\nabla}' \cdot \vec{J}(\vec{r}')}}) \frac{\hat{a}_{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} dV'$$

منتهی، چون جابجایی جابجایی است

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \xrightarrow{\text{مستطیل از راس به پائین جاتا}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}') = 0$$

ہم چاہتے ہیں کہ یہ رُبع جی ڈیٹا اب اس ڈیٹا کے ساتھ مل جائے۔
 اس اس ڈیٹا کے رُبع کے ساتھ جی ڈیٹا اب اس ڈیٹا کے ساتھ مل جائے۔
 جی ڈیٹا کے رُبع کے ساتھ جی ڈیٹا اب اس ڈیٹا کے ساتھ مل جائے۔

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int 4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV'$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} 4\pi \vec{J}(\vec{r}) \int \delta(\vec{r} - \vec{r}') dV'$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}(\vec{r})$$

تو اس کے اصول کا اینجا

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \longleftrightarrow \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{r} = Q_f$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \longleftrightarrow \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \longleftrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \text{نافی}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \longleftrightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{نافی}$$

→

اس کے مضامین کے ساتھ مل جائے، جی ڈیٹا کے ساتھ مل جائے۔

نکته قابل $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ دو بخش دارد.

۱. بخشی زمانی ندارد ۲. بخش در خلا است (μ_0)

اگر دیموز آنس میاں برداری صفر جازد، می توان آن میاں برداری را

نصف بر روی تعریف کرد.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \times \vec{J}(\vec{r}') + \boxed{\frac{\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}} \rightarrow \text{صفر}$$

$$= \frac{-(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \times \vec{J}(\vec{r}') = \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rightarrow \vec{B} \text{ مستقیم در } \vec{B}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{\nabla} \times \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$\vec{A}$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \cdot d\vec{V}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$A \equiv T.m$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

سیم خازن حامل جریان

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{v} \cdot dq}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

چار در حال حرکت جاسهت ثابت

A یونیک نیست. طبق قضیه هتینگولتز جابه حرکات یواری بدل و دیورژانس اش مشخص باشد (همینطور در پی دلفایت). (باری):

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \rightarrow \vec{A} = (\vec{A} + \vec{\nabla} \psi)$$

پس $\vec{A}$ یونیک نیست

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

دیورژانس A

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \left(\vec{\nabla} \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV'$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad \text{صفر}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{-\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \left(\vec{\nabla}' \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV'$$

$$\xrightarrow{\text{پایه}} \vec{\nabla}' \cdot \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \left(\vec{\nabla}' \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot \vec{J}(\vec{r}') + \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$+ \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

درای مختصات کروی
صفر است

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{-\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{\nabla}' \cdot \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' = \frac{-\mu_0}{4\pi} \oint_{S'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \cdot d\vec{s}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

همچنان برای یک محیط بی نهایت (که نه شعاع بی نهایت)
حالت می کنیم. پس مقدار دام صفر است. (در بی نهایت هیچ

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

(چیزی نداریم)

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$$

صفر

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{A}_s = \mu_0 \vec{J} \quad \text{معادله دیپل}$$

$$\text{اگر } \vec{J}_s = 0 \Rightarrow \nabla^2 \vec{A}_s = 0 \quad \text{پواسون}$$

$$\xrightarrow{\text{دانش}} \nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\epsilon_0 \rightarrow \frac{1}{\mu_0}, \quad \rho \rightarrow \vec{J}, \quad \phi \rightarrow \vec{A}$$

$$\Rightarrow \vec{A}_s = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J} \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\nabla \cdot \vec{A}_s \rightarrow$$

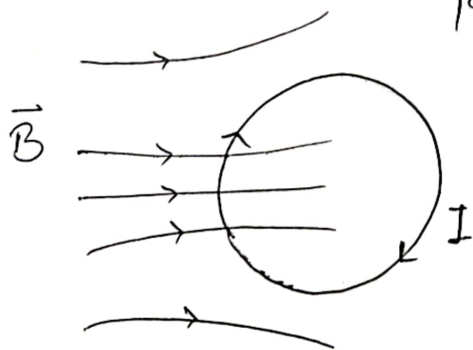
در ب گول (مانه گول)

حساب میجو و گستره نانی از سیم حامل جریان

می خواهم میجو حامله وارد میس

(حلقه) با جریان یا در حضور

سایر فضایی، را حساب میس



دانشیار :

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = dq \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = \int_{\text{نوع بار}} \vec{v} \times \vec{B} dq$$

$$\vec{F} = I \oint_C d\vec{l} \times \vec{B}$$

برای سیم حلقه ای I

$$\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} dV = \int \vec{j} \times \vec{B} d\omega$$

میان $\vec{B}$ یکسان است، می توان از زیر انتگرال خارج نمود.

$$\vec{F} = I \left(\oint_C d\vec{l} \right) \times \vec{B} = 0?$$

می توانیم گفت، رابری این نیرو حاصل می شود

$$d\vec{\tau} = \vec{r} \times d\vec{F} \Rightarrow \vec{\tau} = \int \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$\xrightarrow{\text{حلقه ای}} \tau = I \oint_C \vec{r} \times (d\vec{l} \times \vec{B})$$

« قانون بقای گشتاور »

یکدولت $\vec{B}$
 $\longrightarrow$

می توانیم اثبات کنیم

$$\vec{r} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z$$

$$d\vec{r} = dx\hat{a}_x + dy\hat{a}_y + dz\hat{a}_z$$

$$\vec{B} = B_x\hat{a}_x + B_y\hat{a}_y + B_z\hat{a}_z$$

$$\Rightarrow \tau_z = m_x \cdot B_y - m_y \cdot B_x$$

$$m_x = I A_x = I S_{yoz}$$

$\vec{A}$ بردار سطح

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}}$$

$m \leftarrow$ گستره دوقطبی ضابطی $(A \cdot m^2)$

اگر $\vec{B}$ یکدولت نیاید، می توانیم از زیر انتگرال خارجش کنیم و باقی این انتگرال را کامل حاصله کنیم.

$$\vec{F} = I \oint_C (d\vec{r} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} = \frac{1}{2} \oint_C \vec{r} \times d\vec{\ell}$$

پایدار بودن

$$\Rightarrow \vec{m} = I \vec{A} \Rightarrow \vec{m} = \frac{1}{2} I \oint_C \vec{r} \times d\vec{\ell}$$

پایدار بودن الکترونیکی در حال حرکت

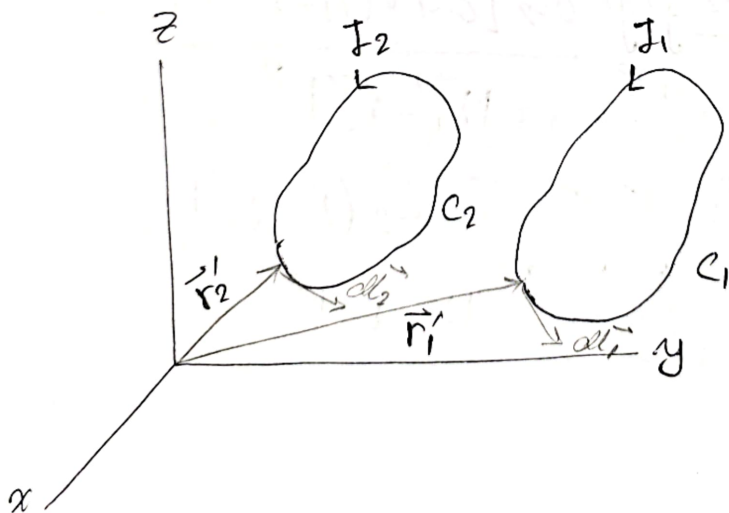
$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \times \vec{v} d\vec{q}$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \times \vec{J} d\vec{v}$$

جریان در مدار

$$= \frac{1}{2} \int \vec{r} \times \vec{j} d\vec{s}$$

نکته ~~Experiments~~ در مورد الکترون



$$\vec{F}_{12} \rightarrow \underline{2} \text{ اعداد از } \underline{1} \text{ اعداد } \underline{1} \text{ و } \underline{1} \text{ و } \underline{1} \text{ و } \underline{1}$$

$$\vec{B}_2(\vec{r}_1') = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \times (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

$$d\vec{F}_{12} = I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{B}_2(\vec{r}_1')$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} d\vec{l}_1 \times \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \times (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 \times [d\vec{l}_2 \times (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')]}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

با استفاده از BAC-CAB :

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 [d\vec{l}_1 \cdot (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')]}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3} \quad (I)$$

$$- \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2 (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

پایان (Z) : ρ

$$\oint_{C_2} d\vec{l}_2 \oint_{C_1} d\vec{l}_1 \cdot \vec{\nabla}_1 \frac{-1}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|}$$

(1) $\vec{\nabla}_1$ از $\vec{r}_1'$ است

$$\oint_{C_2} d\vec{l}_2 \oint_{S_1} \vec{\nabla}_1 \times \vec{r}_1 \frac{-1}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|} d\vec{l}_1$$

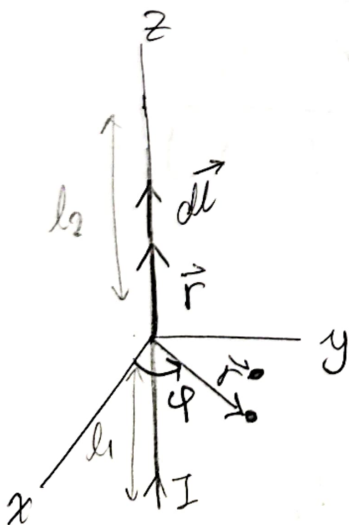
صفر

از قضیه استوکس (S) :
پس $\vec{\nabla}_1$ از $\vec{r}_1'$ است

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = \frac{-\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2 (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

قانون نیوتن
مکش (است)



مسئله I حل می شود

عوض $\vec{A}$ و $\vec{B}$ می شود

(نقطه در صفحه است)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{r} = r \cos \phi \hat{x} + r \sin \phi \hat{y}$$

$$\vec{r}' = z \hat{z}, \quad d\vec{l} = dz \hat{z}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz \hat{z} \times (r \cos \phi \hat{x} + r \sin \phi \hat{y} - z \hat{z})}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-l_1}^{l_2} \frac{r (\cos \phi \hat{y} - \sin \phi \hat{x}) dz}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

y, x, ϕ

current in B

to S, S, U, A

radius of wire radius

$$= \frac{\mu_0 I r}{4\pi} (\cos \phi \hat{y} - \sin \phi \hat{x}) \int_{-l_1}^{l_2} \frac{dz}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I r}{4\pi} \hat{\phi} \left. \frac{1}{r^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}} \right|_{-l_1}^{l_2}$$

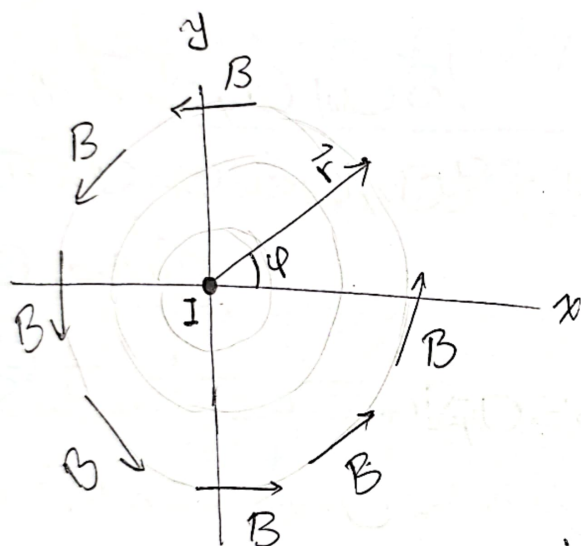
$$= \frac{\mu_0 I r}{4\pi r} \left(\frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + r^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 + r^2}} \right) \hat{\phi}$$

این رابطه برای سیم با طول محدود است.

اگر l را به سمت بی نهایت میل دهیم، برای سیم بی نهایتی داریم،

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \hat{\phi}$$

در از بالا



دایره های متعامد بر مرکز

این بتوانیم در منحنی

بسته را اختیار کنیم

توانیم $\vec{B}$ را به دست آوریم.

(با همان قانون آمپر)

سیم حدود اصلا حلقوی درستی نیست و وجود خطی بی نهایت زیاد

اگر سیم حدود باشد، یعنی جریان در آن وارد و خارج می شود.

و قانون بفا برای تقص می شود.

اگر این سیم را ببندیم، منحنی های مسایض ضابطی بسته هستند

اما دیگر دایره های متوالی در مسیری

نکته برای $\vec{A}$ داریم: $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \Phi_B$

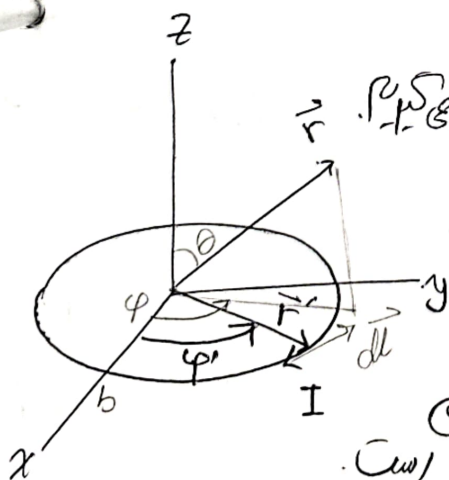
$\vec{A} \equiv T.m \hookrightarrow \omega b/m$

کاربرد $\vec{A}$ برای است 8

① میدان های متغیر با زمان که به تانسور ها مربوط شوند

② ضابطه

گسترده دوقطبی ضابطه ای به الکتردهای مدار می (مقدار) وابسته اند.
اگر $\vec{A}$ را در نقاط دور دست حساب کنیم، می توانیم خاصیت
ضابطه را مطالعه کنیم.



مسئله $\vec{A}$ در حلقه جریان را در نقطه می بینیم.

$\vec{A}$ در حلقه در نقاط دور و بدون $\vec{A}$

دوقطبی محاسب می کند

(مسئله) حلقه های نقاط دور در $\vec{A}$

$$\text{و } b \ll r \rightarrow r \gg b \rightarrow \frac{b}{r} \ll 1$$

$$\vec{r} = r \sin \theta \cos \varphi \hat{a}_x + r \sin \theta \sin \varphi \hat{a}_y + r \cos \theta \hat{a}_z$$

$$\vec{r}' = b \cos \varphi' \hat{a}_x + b \sin \varphi' \hat{a}_y$$

$$d\vec{r}' = b \sin \varphi' \hat{a}_\varphi = b \sin \varphi' (-\sin \varphi' \hat{a}_x + \cos \varphi' \hat{a}_y)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \sin \theta \cos(\varphi - \varphi')}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(-\sin \varphi' \hat{a}_x + \cos \varphi' \hat{a}_y) d\varphi'}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \sin \theta \cos(\varphi - \varphi')}} \hat{a}_\varphi$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I b}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} - \frac{2b}{r} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi') \right)^{-1/2} \times (-\sin \varphi' \hat{a}_x + \cos \varphi' \hat{a}_y) d\varphi'$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 I b^2}{4r^2} \sin \theta \hat{a}_\varphi$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 r b^2 I}{4\pi r^2} \sin \theta \hat{a}_\varphi$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^2} \sin\theta \hat{\phi} \rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{m} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\vec{m} = m \hat{z} = \mu_B^2 I \hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{m} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2\cos\theta \hat{r} + \sin\theta \hat{\theta})$$

این مسئله از یک محل است برای الکترونی که در مدار هسته ی A می باشد.
 یا نه از یک محل است از آن که در بعضی میان فضایی خارجی قرار
 گرفته است.

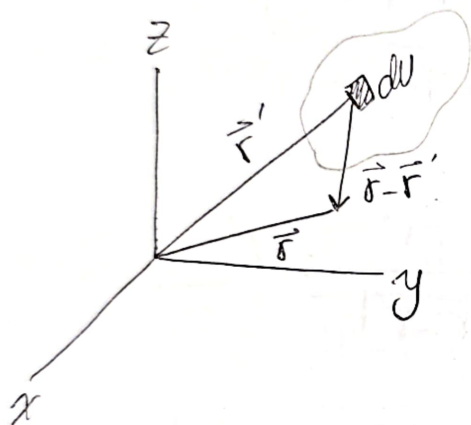
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{B} = 0 \quad \text{خواهیم داشت:}$$

$\vec{m}$ و $\vec{B}$ در یک راستا هستند، پس گسترده به آن وارد وارد
 نمی شود. یعنی در حالتی که هیچ اتفاقی نیفتاده است، خودش
 به خودش گسترده وارد نمی کند.

اگر کسی میں خارجی نہ آں اعمال کیم، ہوں مہ، بے
دریہ یکاں نیست۔ مہ تلاش می کند لا بے خارجی ہم
ہوں نہ و در این صورت گستاخ آں صفت می شود
وہی مہ لا بے ہم ہوں نہ و، می گویم کہ حقیقت
مفاد است نہ است.

کتاب خود و در این صورت کتب خود را می‌فروشید

دفعہ م ب ل ہا جوں نود، می گویم کہ حید
مخاطبہ نہ است.



→ sublineas

$$\frac{\vec{M}_s \sum_{i=1}^N \vec{m}_i}{\Delta V} \equiv A/m$$

جنگالی مچھی گشتار دوپٹی ضابطی
(مدار ضابط)

$$\vec{m} \cdot \frac{d\vec{m}}{dt}$$

$$d\vec{m} = \vec{m} dV$$

پس ہی توانیں $\vec{A}$ ، را باز نویسی کنیم.

$$d\vec{A}, \frac{\mu_0 d\vec{m} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\Rightarrow d\vec{A}, \frac{\mu_0 \vec{M} \times (\vec{r} - \vec{r}') dv'}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\Rightarrow \vec{A}, \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv'$$

$$\Rightarrow \vec{A}, \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{M}(\vec{r}') \times \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

Recall $\vec{\nabla}' \times (f\vec{F}) = (\vec{\nabla}' f) \times \vec{F} + f \vec{\nabla}' \times \vec{F}$

$$f \equiv \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \vec{F} \equiv \vec{M}(\vec{r}')$$

$$\Rightarrow \vec{M}(\vec{r}') \times \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \vec{\nabla}' \times \left(\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$$-\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{\nabla}'_x \left(\frac{\vec{M} \cdot \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV'$$

$$\xrightarrow{\text{P.D.}} \int_V \vec{\nabla} \times \vec{F} \, dV = \oint_S \vec{n} \times \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow \vec{A}_s = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{\nabla}_x' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} ds$$

$$\Rightarrow \vec{J}_M = \vec{\nabla} \times \vec{M} \quad \vec{j}_M = \vec{M}(\vec{r}) \times \vec{r}$$

مفتی محمد علی صاحبزادہ، مدظلہ العالی

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int \frac{\vec{J}_m \cdot d\vec{U}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{\mu_0}{4\pi r} \oint \frac{\vec{J}_m \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

دقیقی و قی میاں مضابطہ است، می توانیم برای آن محیط
چگالی جریان در نظر بگیریم.

نکته این است که J_m و J_f جریان های واقعی هستند، بلکه
ناشی از مضابطه هستند، برای مدل سازی هسته. مثلاً
قادر نیستیم که با آمپمتر اینها را اندازه گیری کنیم.

تعریف به محیط های لای

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{J}_f + \vec{J}_m)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_f + \vec{\nabla} \times \vec{M})$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J}_f \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f$$

$\vec{H}$

$\vec{H}$ مدار سنت مضابطه است

در اینجا مثل $\vec{D}$ که یک مدار و کمین کمی بود، قانون را
اصلاح کردیم و حالا برای چگالی جریان ناشی از حرکت
الکترون های آزاد است و دیگر به محیط لای متعلق نیستی
ندارد.

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \leq \vec{H} \Rightarrow \vec{B} \leq \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

برای همه حالت‌ها، ممکن و همانند پارچه:

$$\vec{M} \leq \chi_m \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{B} \leq \mu_0 (\chi_m \vec{H} + \vec{H}) \leq \mu_0 (\chi_m + 1) \vec{H}$$

K_m پارچه (نسبت)

$$K_m \leq 1 + \chi_m$$

نسبت χ_m در آزمایشگاه

تعیین می‌شود

$$\Rightarrow \vec{B} \leq \mu_0 K_m \vec{H} \Rightarrow \vec{B} \leq \mu \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{M} \leq (K_m - 1) \vec{H}$$

در بعضی الکتریکی، دی الکتریک ها میان الکتریکی خارجی
را تضعیف می‌کند؛ اما در کپاسیتور، قطب دی الکتریک
وجود ندارد، بلکه حالت‌ها مختلفی دارند.

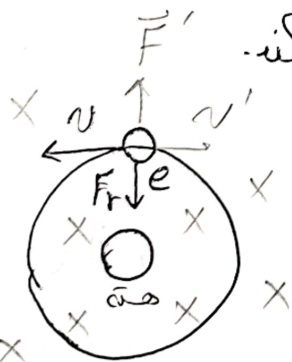
نکته: اگر الکترودهای اتم را در نظر بگیریم، آتمی در تصور کلاسیکی با حرکت وضعی و انتقالی v دور هسته می چرخند. در تصور کلاسیکی، الکترودها ممکن است طوری همواره را خنثی کنند که گسترده دوقطبی خالصشان کاملاً خنثی شود. البته شاید هم خنثی نشوند.

نکته: به این خنثی شدن، زیاد بودن تعداد الکترودها است.

حواد دیا مضامیس

در این حواد، اگر ماده در برابر میان مضامیسی خارجی قرار گیرد، میان مضامیسی خارجی، ارتضیف می کنند.

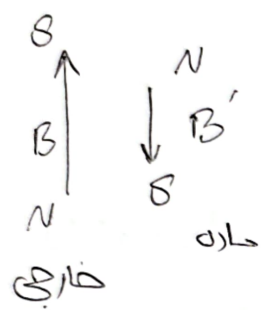
الکترود مرتطبا، یک نیروی جانب مرکز دارد که باعث می شود از هسته جدا نشود. هم چنین یک نیروی F' نیز



الکترود دارد می شود که در خلاف جهت F_r است. در این صورت، F_r کاهش می یابد و میان خارجی هم ارتضیف می شود. هرچنین حل که F_r کاهش یافته، سرعت v نیز

باید کاهش پیدا کند تا با Fr در Fr مناسب شود، در غیر این صورت آنم از بین می رود. پس v' نیز تغییر می کنیم. حاصل v' و F' در میان خاصیتی بدون سو است که با

میان خارجی مخالف می کنند از میان خارجی می گیرند.



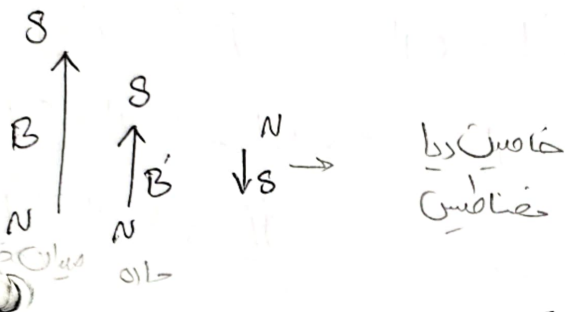
خاصیت دیاگناستیک دارد یعنی میان خاصیتی خارجی در تمام محیط دیاگناستیک تضعیف می شود. (اندکی) و محیط های دیاگناستیک از تمام آنها جدا می گیرند (دفع می شوند). اینجا بخاطر خاصیت ذاتی ماده است.

حوادث دیاگناستیک مثل طلا، نقره، مس، بیسموت و غیره

حوادث پاراگناستیک

اگر ماده Fr گسترده دوقطبی خاصیتی داخلی داشته باشد، آنرا گسترده الکتریک خاصیت نیست. خاصیت دیاگناستیک در حوادث پاراگناستیک هم هست، اما غالب نیست. در این صورت

باینده هم گسترده های دو قطبی طبق $\vec{B}$ و $\vec{M}$ است، لازم است که با $\vec{B}$ هم جهت شود، پس در نهایت میایم خارجی را تقویت می کند.



مثل آلومینیوم، مس، و تنگستن

مواد پارامگناطیس اندکی جذب آهنربا می شوند.

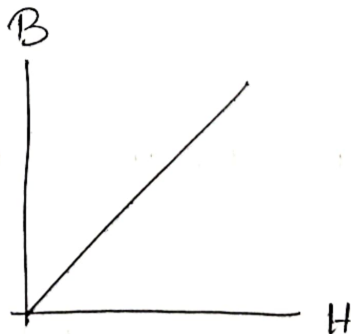
بای مواد دایامگناطیس و پارامگناطیس داریم:

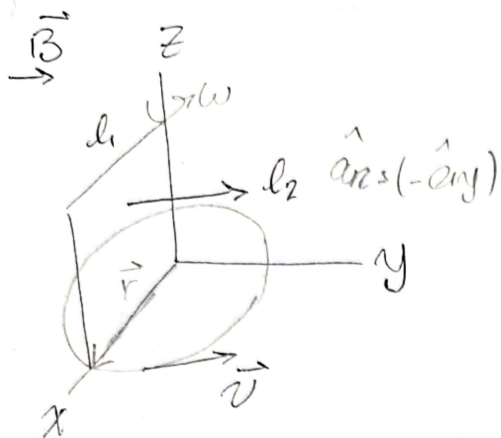
مواد خفیف در جهت مغناطیس $1 \text{ } \chi_m / K$

دایامگناطیس $\chi_m \approx -10^{-5}$ $\Rightarrow$ 0.99999
پارامگناطیس $\chi_m \approx 10^{-5}$ $\Rightarrow$ 1.00001

$$\mu = \mu_0 K_m \approx \mu_0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{B} \approx \mu_0 \vec{H}$$





1.10.2020

(الف)

$$\mathcal{E} = \int_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \vec{\omega} = \omega \hat{a}_z, \quad \vec{r} = l_1 \hat{a}_r$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \omega l_1 (\hat{a}_z) \times (C \cos \varphi \hat{a}_x + S \sin \varphi \hat{a}_y)$$

$$= \omega l_1 \hat{a}_\varphi$$

$$d\vec{l} = dz \hat{a}_z$$

$$\mathcal{E} = \int_0^{l_2} [(\omega l_1 \hat{a}_\varphi) \times (B \hat{a}_y)] \cdot (dz \hat{a}_z)$$

$$= \int_0^{l_2} \omega l_1 B (\hat{a}_\varphi \times \hat{a}_y) (dz \hat{a}_z)$$

$$= \int_0^{l_2} \omega l_1 B \sin \varphi \hat{a}_z dz$$

$$= \int_0^{l_2} \omega l_1 B \sin \varphi dz \hat{a}_z = \omega B l_1 l_2 \sin \varphi \hat{a}_z \xrightarrow{\text{mag}} \omega B l_1 l_2 \sin \varphi$$

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt} \times N \quad \text{ب (ب)}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}, \quad d\vec{s} = dl_1 dl_2 \hat{a}_n \quad \text{مساحت دایره و بردار}$$

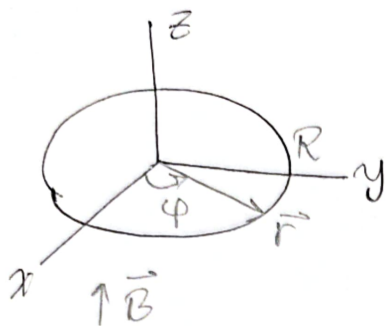
مساحت دایره و بردار را می توانیم به صورت $\hat{a}_n$ بنویسیم

$$\hat{a}_n \cdot \hat{a}_y = |\hat{a}_n| |\hat{a}_y| \cos \theta = \cos \theta$$

$$\Rightarrow \Phi_B = \int_0^l \int_0^l B \cos \theta \, dl_1 \, dl_2 = B l_1 l_2 \cos \theta$$

$$\theta = \omega t \Rightarrow \Phi_B = B l_1 l_2 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = \underline{B N l_1 l_2 \omega \sin \omega t}$$



2Nuss

Slab in $\vec{B}$

$$\omega \hat{z}, \vec{r} = r \hat{a}_r$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega r \hat{a}_\phi$$

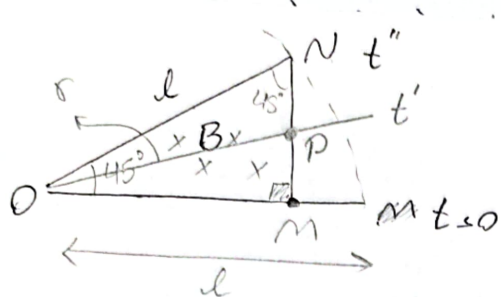
$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_R^0 r \omega B (\underbrace{\hat{a}_\phi \times \hat{a}_z}_{\hat{a}_r}) \cdot \hat{a}_r dr \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow \int_R^0 \omega r B dr = - \int_0^R \omega r B dr = \left. \frac{-\omega r^2 B}{2} \right|_0^R = \frac{-\omega R^2 B}{2}$$

$$\vec{B} = B \hat{a}_z, d\vec{s} = r dr d\phi \xrightarrow[\text{mult} = d\phi]{\substack{\hat{a}_z \\ \text{jeu} \\ \text{jeu}}} d\vec{s} = r \omega dt dr \hat{a}_z \quad (\text{ب})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Phi_B &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_0^R \int_0^t B \omega r dt dr (\hat{a}_z \cdot \hat{a}_z) \\ &= \frac{B \omega R^2 t}{2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt} = \frac{-B \omega R^2}{2}$$



3 أسئلة

$$\vec{v} \times \vec{w} \times \vec{r}$$

(الف)

$$\mathcal{E} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_{OP} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{OP} r w B \cdot (-\hat{a}_r) \cdot dr \hat{a}_r$$

$$= \int_0^{OP} r w B dr = \left. \frac{w B r^2}{2} \right|_0^{OP} = \frac{w B}{2} (OP)^2$$

$$C_{\theta} = \frac{OM}{OP} \Rightarrow C_{int} = \frac{\sqrt{2}/2 \cdot l}{OP}$$

$$L \rightarrow OP = \frac{l\sqrt{2}}{2 C_{int}} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{w B}{2} \frac{l^2 \cdot 2}{4 C_{int}^2}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

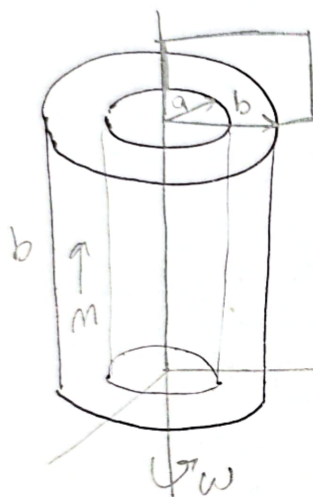
$$\Phi_B = \int_{OMP} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{OMP} B (-\hat{a}_z) \cdot ds (\hat{a}_z) \quad (ب)$$

$$\Rightarrow \Phi_B = B \cdot \frac{OM \cdot MP}{2} \quad , \quad \tan \theta = \tan_{int} = \frac{MP}{OM}$$

$$ds \equiv C_{int} C_{ext} \Rightarrow \frac{B}{2} \frac{l\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot \frac{d\vec{l}}{2} = \frac{\mu_0 B}{2} \frac{d^2}{2 \Omega^2 \omega t} \quad 0 < \theta < \pi/4$$

D.W.



$$\begin{cases} \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + M_0 \hat{a}_z) \\ \vec{B} = \mu_0 K_m \vec{H} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{H} = \frac{M_0}{K_m - 1} \hat{a}_z \\ \vec{B} = \frac{\mu_0 K_m M_0}{K_m - 1} \hat{a}_z \end{cases}$$

$$\oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int (r \omega \hat{a}_\phi \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int (r \omega \hat{a}_\phi \times \frac{\mu_0 K_m M_0}{K_m - 1} \hat{a}_z) \cdot dr \hat{a}_r$$

$$\Rightarrow \oint = \frac{\mu_0 M_0 K_m \omega}{K_m - 1} \int_a^b r dr \Rightarrow \oint = \frac{\mu_0 M_0 K_m \omega}{2(K_m - 1)} (b^2 - a^2)$$

40/100

$$I = \frac{\xi}{R}, \quad dR = \frac{dr}{\beta \cdot 2\pi r h}$$

$$\Rightarrow R = \int_a^b \frac{dr}{2\pi \beta h \cdot r} = \frac{1}{2\pi \beta h} \ln \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\mu \cdot M \cdot K_m \cdot \pi \cdot \beta \cdot h}{(K_m - 1) \ln \frac{b}{a}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dq \rightarrow \text{توزیع بار}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} q \rightarrow \text{حارثه‌ای}$$

NOTE $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon c^2} \rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rightarrow \text{سیم حامل جریان}$$

$$\vec{F} = \int dq \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{گستره ضابطی؛}$$

$$dq = \rho \cdot dV = \rho \cdot A \cdot dl \quad \text{مای سیم حامل جریان می‌نویسیم؛}$$

$$J \equiv \frac{e}{m \cdot s} = \rho \cdot v \rightarrow \vec{F} = \int \underbrace{J \cdot A \cdot dl}_{I} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \oint_c \underbrace{I}_{\text{جریان ثابت است و بی‌تغییر}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

اگر $\vec{B}$ یکسان باشد، $\oint d\vec{l} \times \vec{B} = 0$ و در این صورت گستره دار نیست.

$$\hookrightarrow \vec{F} = I \left(\oint_c d\vec{l} \right) \times \vec{B} = 0$$

$$d\vec{r} = \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$d\vec{\tau} = I \vec{r} \times (d\vec{l} \times \vec{B}) \Rightarrow \vec{\tau} = I \oint_C \vec{r} \times (d\vec{l} \times \vec{B})$$

اگر $\vec{B}$ یکنواخت باشد می توان مدار $\vec{m}$ را حذف کرد و داریم:

$$\vec{m} = I \vec{A} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

مؤلفه های $\vec{m}$ برابر با مساحت

سطح صورت سه گوشه می باشد.

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \underline{\underline{\text{اثبات}}}$$

$$\vec{A} = (x dx, y dy, z dz)$$

$$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

$$\vec{m} \times \vec{B} = I \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ x dx & y dy & z dz \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = I \oint_{C(yoz)} y dy B_z - z dz B_y$$

$$+ \oint_{C(xoz)} -x dx B_z + z dz B_x + \oint_{C(yox)} x dx B_y - y dy B_x$$

با استفاده از قضیه استوکس، می توانیم عبارت در تیرگی مؤلفه ها

$$\vec{\tau} = m_x B_y - m_y B_x \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \text{خواص داریم}$$

$$\vec{A} = \frac{1}{2} \oint_C \vec{r} \times d\vec{l}$$

ردار سطح $\vec{A}$

$$\hookrightarrow \vec{m} = I \vec{A} = \frac{1}{2} I \oint_C \vec{r} \times d\vec{l}$$

$$\rightarrow \int d\vec{m} = \frac{1}{2} I \oint_C \vec{r} \times d\vec{l} \rightarrow \text{نیم حامل جریان جابجا}$$

$$d\vec{m} = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{J} dV \rightarrow \text{جریان در محیط رسانا}$$

$$d\vec{m} = \frac{1}{2} dq \vec{r} \times \vec{v} \rightarrow \text{جریان الکتریکی متحرک}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV' \quad \text{دیورانس میان ضابطی}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \cdot \left[\frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right] dV'$$

NOTE $\vec{\nabla} \cdot (\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) - \vec{F} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{G})$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot \underbrace{(\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}'))}_{=0} dV'$$

$$- \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{J}(\vec{r}) \cdot \underbrace{\left(\vec{\nabla} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right)}_{=0} dV'$$

$$\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot \vec{\nabla} \times \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

تربہ کلاں: درمی نصف کرہ والی الیکٹریک ڈیپلے ریفر۔ پس اس کی سطح
 جی نصف کرہ (مثلاً دائرہ) ہے جی نصف کرہ $(\vec{r})$ سے اس کا سطح
 جی جی نصف کرہ، دائرہ جی $(\vec{r})$ و

① ایسا $\vec{A}$ (بائیل حتمی) (انتہائی) ہے کہ

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

جی $\vec{\nabla} \times \left[\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right]$ عبارت زیر انتگرال کے نام اس جا:

NOTE: $\vec{\nabla} \times (\phi \vec{A}) = (\vec{\nabla} \phi) \times \vec{A} + \phi (\vec{\nabla} \times \vec{A})$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \left[\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] = \left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \times \vec{J}(\vec{r}') + \frac{\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}') = 0$$

درستی کے لیے، جی $\vec{J}$ بائیل $\vec{r}$ سے

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \underbrace{\int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'}_{=A} \Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV', \vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|},$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{v} \cdot d\vec{q}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

(2) دیر (پاس) A صفر است. $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}')}_{=0} dv'$$

NOTE: $\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A}) = \phi (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\nabla \phi)$

حالت صفر است $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}') = 0$ ، مستعمل از زبانی درون مساحت حاصل

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

از آنجا که ∇ جادیهایی $\frac{1}{m}$ می تواند انتگرال حجم را به انتگرال سطح تبدیل

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{s}'$$

با توجه به آن، $\vec{J}(\vec{r}')$ در فضای صفر است پس

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv' \quad \text{کراس پراڈاکٹ}$$

NOTE $\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \times \left[\frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right] dv' \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \int \underbrace{(\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}'))}_{=0} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int (\vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}) \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \\ &\quad + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left(\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \vec{J}(\vec{r}') dv' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \underbrace{\left(\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{J}(\vec{r}')}_{=0} dv' \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left(\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \vec{J}(\vec{r}') dv'$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \int (\vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}) \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

یعنی $\vec{\nabla} \rightarrow \vec{\nabla}'$ - تبدیل کردی کہ حد میں بنیاد

NOTE: $\int_V [(\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \vec{B}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A})] dv = \oint_S \vec{B}(\vec{A} \cdot d\vec{s})$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \int \underbrace{(\vec{J}(\vec{r}'))}_{\vec{A}} \cdot \underbrace{\vec{\nabla}'}_{\vec{B}} \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dV$$

$$= \oint_S \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} [\vec{J}(\vec{r}') \cdot d\vec{\omega}] - \int_V \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} [\vec{\nabla}' \cdot \vec{J}(\vec{r}')] dV$$

$d\vec{\omega} \rightarrow \infty \Rightarrow \vec{J}(\vec{r}') \rightarrow 0$ $= 0$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \left[\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right] dV'$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \cdot 4\pi \delta(\vec{r}-\vec{r}') dV'$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}(\vec{r}') \rightarrow \text{قانون آمپر}$$

در $\vec{J}$ ، μ_0 ، $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ ، $\vec{J}$ مثل ρ در $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ ، حای $\vec{E}$ حوال

بارهای آزاد ($\vec{J}_f$) و جریان $\vec{J}_m$ (مغناطیسی) حای ($\vec{J}_m$) است و $\vec{J}_m$

به حای $\vec{J}_m$ است. $\vec{J}_m$ را حرف کنیم تا مستقل از حای

نمود. $\vec{J}$ ، $\vec{J}_f + \vec{J}_m$

روش مسافرد برای محاسبه $\vec{B}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}(\vec{r}')$$

$$\hookrightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$$

$$\text{identity: } \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

اختیار می کنیم

نیاهت بین پتانسیل الکتریکی و پتانسیل ضابطی وجود است.

منتهی برای پتانسیل الکتریکی یک منتهی وجود دارد.

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\nabla^2 \phi = -\rho / \epsilon_0$$

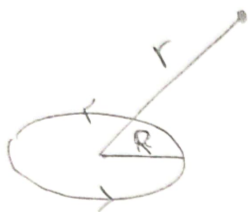
وجود این منتهی بخاطر

چار آزادی هست است.

$$\phi \rightarrow \vec{A}, \rho \rightarrow \vec{J}, \epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0}$$

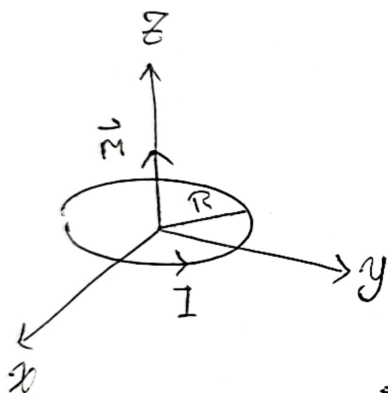
$$A_s = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

استفاده از این رابطه برای نقاط دور مناسب است.



نقطه دور جایی است مثلاً ما مدار ارتفاع حلقه

می توانیم برای یک حلقه مدار مغناطیسی
مغناطیسی تقریب کنیم.



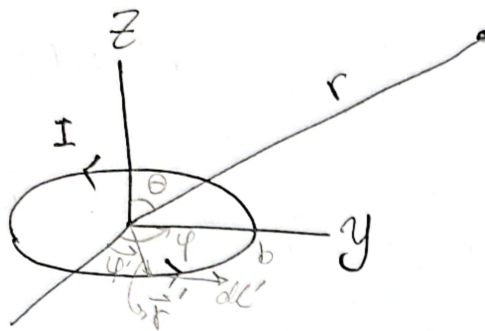
$$\vec{m} = I\vec{A} = \frac{1}{2} I \oint_C \vec{r} \times d\vec{r}$$

$$= \pi I R^2 \hat{a}_z$$

$$\Rightarrow \vec{m} = m \hat{a}_z$$

مثال
حرکتی که انکسار برای یک دایره، حامل و خود چرخش است.
ارتفاع حلقه b است.

نکته: تمام مسائل برای نقاط دور جاد شده حتماً گوی
حل می شوند.



$$r \gg b$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\vec{r} = r \sin\theta \cos\varphi \hat{a}_x + r \sin\theta \sin\varphi \hat{a}_y + r \cos\theta \hat{a}_z$$

$$\vec{r}' = b \hat{a}_\varphi = b (\sin\varphi' \hat{a}_y + \cos\varphi' \hat{a}_x)$$

$$d\vec{l}' = b \cdot d\varphi' (-\sin\varphi' \hat{a}_x + \cos\varphi' \hat{a}_y)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = [r^2 + b^2 - 2rb \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')]^{1/2}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{b d\varphi' (-\sin\varphi' \hat{a}_x + \cos\varphi' \hat{a}_y)}{[r^2 + b^2 - 2rb \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')]}$$

$$\cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2} - \frac{2b}{r} \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')\right) d\varphi'$$

و با توجه به اینکه $r \gg b$ و $r \gg b \sin\theta$ پس می توانیم از $\frac{r^2}{b^2}$ صرف نظر کنیم.

$$\Rightarrow \vec{A} \approx \frac{\mu_0 I b}{4\pi r} \int_0^{2\pi} (-\sin\varphi' \hat{a}_x + \cos\varphi' \hat{a}_y) \left(1 + \frac{2b}{r} \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')\right)^{-\frac{1}{2}} d\varphi'$$

حال از رابطه دو جمله ای استفاده می کنیم. $\downarrow$ $2b$ از جمله اول است

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots \quad \text{Coul}$$

$$\Rightarrow \vec{A} \approx \frac{\mu_0 I b}{4\pi r} \int_0^{2\pi} (-\sin\varphi' \hat{a}_x + \cos\varphi' \hat{a}_y) \left(1 + \frac{b}{r} \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')\right) d\varphi'$$

$$= \frac{\mu_0 I b^2}{4\pi r^2} \sin\theta \left(-\pi \sin\varphi \hat{a}_x + \pi \cos\varphi \hat{a}_y \right)$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 I b^2}{4\pi r^2} \sin\theta \hat{a}_\varphi \xrightarrow{\pi \hat{a}_\varphi} \vec{A} = \frac{\mu_0 I b^2 \overbrace{\pi}^{\text{Area}}}{4\pi r^2} \sin\theta \hat{a}_\varphi$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{4\pi r^2} \sin\theta \hat{a}_\varphi$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \hat{a}_r}{r^2}$$

معمولاً نوشت:

$$\hookrightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$$

در مسائل فضایی، اصل سیمپل

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \hat{a}_r & r\hat{a}_\theta & r\sin\theta\hat{a}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & rA_\theta & r\sin\theta A_\phi \end{vmatrix}$$

$$\hookrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2\cos\theta \hat{a}_r + \sin\theta \hat{a}_\theta)$$

پایه‌ها دور
دوطرفه فضایی

لحا دوطرفه الکتریک نباشد برای دارد.

$$\vec{E} = \frac{\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \hat{a}_r + \sin\theta \hat{a}_\theta)$$

در حالت P اصل

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P} \cdot \hat{a}_r}{r^2}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \hat{a}_r}{r^2}$$

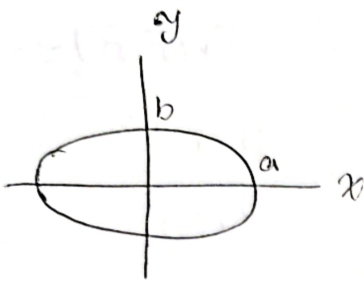
وقتی گستره محدود دارد، تلاش

می‌نمود تا $\vec{m}$ در جهت $\vec{B}$

کار دیگر تا گستره محدود و

کمترین انرژی صرف نمود

انرژی های پویا



$$A = 4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

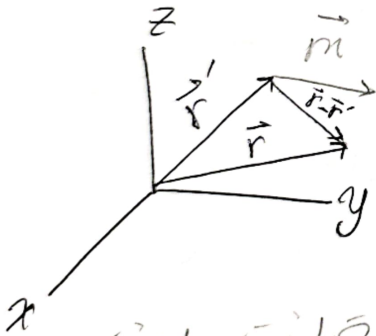
$$k = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a} < 1$$

انرژی های پویا به روش های تحلیلی حل نمی شود

وقتی میان $\vec{B}$ و $\vec{r}$ جایی که $\vec{m}$ است اثر می کند، $\vec{m}$ سعی می کند با $\vec{B}$ هم راستا و موازی شود که گشتاور صفر شود.

اگر $\vec{m}$ در مرکز باشد، و صرفاً بخواهیم در جهتی از فضا آن را

حاسبه کنیم، داریم،



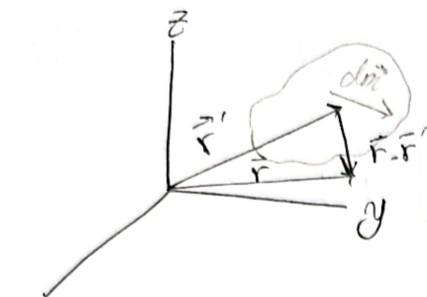
$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

میان الکتریکی که از $\vec{r}$ می گذراند، باعث

تضعیف میان های داخلی می شود. میان های داخلی باعث

تضعیف میان خارجی می شود. $K = \frac{E_0}{E} > 1 \rightarrow$ ضریب شکست

هم چنین اتفاقی برای میان ضابطی هم رخ می دهد.



$$dA = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{m} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} \equiv \left(\frac{A}{m} \right)$$

بهره مغناطیسی / چگالی مجری گسترده‌های دو قطبی مغناطیسی

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i \vec{m}_i}{\Delta V} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

$d\vec{m}$ برای دیپل‌ نیست، برای تقارن است که بتوان از لحاظ آماری آن را بررسی کرد. اما نه آنقدر زیاد که دیگر دیزانسی نباشد.

در حالت کلی، $\vec{M}$ ها هم جهت نیستند. هر چه کاتر B بالاتر بود، جهت لوزس و حرکت الکترون‌ها می‌شود، و این همی‌های

سیستم انرژتی پیدا می‌کند و نیاز به جاس آمون‌های

سیستم انرژتی پیدا می‌کند و نیاز به جاس آمون‌های

سیستم دارد.

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} \Rightarrow d\vec{m} = \vec{M} dV$$

$$\Rightarrow dA = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{m} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{M} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \int \frac{\vec{M} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\omega' \quad \text{حيث } \vec{r}' \text{ داخل } \vec{M}(\vec{r}')$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\omega' \quad \text{هذا هو الشكل الذي نريه في الكتب}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{M}(\vec{r}') \times \nabla' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\omega' \quad \text{في تلك الحالة}$$

identity $\vec{\nabla}_x (f\vec{F}) = (\vec{\nabla}_x f) \times \vec{F} + f \vec{\nabla}_x \vec{F}$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}_x \left(\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \vec{\nabla}_x \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \times \vec{M}(\vec{r}') + \frac{\vec{\nabla}_x \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\Rightarrow \vec{M}(\vec{r}') \times \nabla_x \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{\vec{\nabla}_x \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \vec{\nabla}_x \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

identity $\int_V \vec{\nabla}_x \vec{F} d\omega = \oint_S \vec{n} \times \vec{F} da$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{M}(\vec{r}') \times \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\omega'$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' - \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} da'$$

$$\oint \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} da'$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} da'$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J} \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{K} \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

و تباہی داری دارد جا :

$$\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}') \equiv \vec{J}_m \quad (A/m^2) \equiv -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

جنگلی حقیقی حبابان ضاغط

$$\vec{M}(\vec{r}') \times \vec{r} \equiv \vec{J}_m \quad (A/m) \equiv \vec{P} \cdot \vec{r}$$

جنگلی سطحی حبابان ضاغط

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}_m \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{J}_m \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

خاص نیست. $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \rightarrow$ خصوصاً جزب و دفع بارها

خاص است. چون $\vec{D}$ حیط بستگی ندارد. $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ مرتبط به خلا است. هم چنین $\vec{J}$ جریان (جریان جابجا) مستقل از زمان است.

خاص نیست $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

خاص است $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

جریان جابجا این $\vec{J}$ جاری بار با این حیط کمتر از سرعت نور است (غیر نسبیتی)

خواص بستگی به حیط را برای $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ وجود ندارد. در اکثر موارد

نسبت دانتیم: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho = \rho_f + \rho_p$$

هم چنین برای مغناطیسیت می توان نوشت:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_f + \vec{J}_m)$$

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J}_f$$

$\vec{H} \leftarrow$ بردار گوی مدارات و فضا

اما ممکن است که $\vec{M}$ و $\vec{H}$ را با هم با هم. پس سعی می کنیم
 چیزی مثل رابطه معادله را به وجود بیاوریم.

معادله در الکتروستاتیک $\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \vec{P} \rightarrow$

معادله در مغناطیسیتیک $\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$

$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$ χ_m پیرامونی خاصیتی است.

بافرض صحت فرضی، ممکن و همان کد، χ_m و μ_0 اینکار
 تبدیل می شود. (فاندر هوفت صفر)

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 K \vec{H}$$

در اینجا K نسبت می آید.

قاب تبادلی خاصیتی (قاب گذرایی خاصیتی نسبی در حقیقت)

$\mu = \mu_0 K$ μ قاب تبادلی خاصیتی حقیقی

حالا دایته $\vec{H} = \vec{H} \times \vec{D} = \vec{H} \times \vec{B}$ حالا تنها

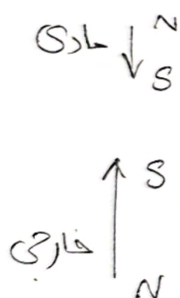
مشکل، استقلال زمانی است.

اتم را با هستهٔ متغیر می‌کنیم که گستردهٔ دوقطبی ندارد و در مدار میان
 ضابطی قرار می‌گیرد. (خالی ساده) و انرژی میان خارجی را
 توصیف می‌کند.

اتم‌های رنگین می‌تواند گستردهٔ دوقطبی ضابطی ندارند.

مواد دیا ضابطی

در حواشی که گستردهٔ دوقطبی ضابطی برابر اتم صفر است
 فقط خاصیت ذاتی ساده به نمایش گذاشته می‌شود.



بای حیطه‌ای
 دیا ضابطی

Au - Ag

Cu - Hg

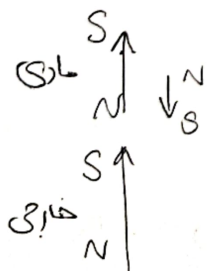
پارا ضابطی - Al - Mg

گستردهٔ دوقطبی ضابطی خاص بای اتم وجود دارد و هم -
 دیگر را خنثی نمی‌کند. اتم‌های مختلف وجود دارد و هم رو خنثی نمی‌کند.

خاصیت دیا ضابطی مخلوط می‌شود. این

مقاومت در ساده وجود دارد و بی مخلوط می‌شود و

در نتیجهٔ میان خارجی انرژی تعویض می‌شود.

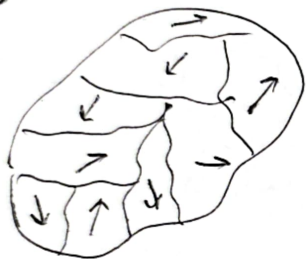


❖ فرماتیس

حوزه فرماتسی داریم. در هر حوزه 10^{15} تا 10^{16} اتم وجود دارد.

حوزه ها هم دیگر را کالا حتی می کنند. نوعی *Coupling energy* این

حوزه ها را به هم متصل می کنند. البته این موضوع جادای رخ می دهد
میان خارجی زبانه چاریم.



هر $\vec{B}$ خارجی تعیین نه، $\vec{m}$

های حوزه ها را جهت ترسیم
می کنند.

هم چنین را می توانیم برای حالت های دیگر هم ترسیم کنیم

Co - Ni - Fe

مقدار $|K_m|/10^{-5}$ ، یعنی:

$K_m = -10^{-5} \rightarrow$ دیافنیس

$K_m = 10^{-5} \rightarrow$ چارافنیس

$\Rightarrow K_m = 1 + K_m \rightarrow$

$0.99999 \rightarrow$ دیافنیس

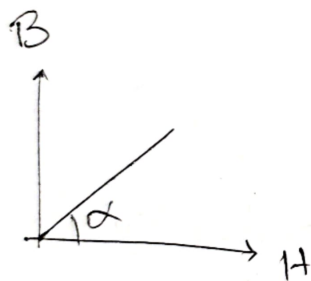
$1.00001 \rightarrow$ چارافنیس

پس به دلیل نزدیکی اعداد μ و μ_0 ، پارامترهای μ و μ_0 را تقریباً برابر می‌گیریم.

$$K_m \approx 1 \rightarrow \mu \approx \mu_0$$

حالات غیر خطی به دلیل مقدار نبودن ضرایب خطی و جزئیات
مستطیل، باز هم جواب مشخص نماند.

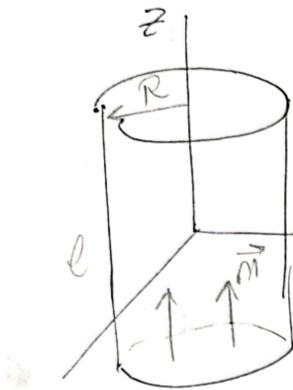
حالات مربوط به پارامترهای μ و μ_0 ، پارامترهای خطی هستند
ولی محاسبه ضرایب غیر خطی است.



$$\tan \alpha = \mu \approx \mu_0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 K_m \vec{H}$$

همچنین در جاهای بالا، ضرایب μ و μ_0 را تقریباً برابر می‌گیریم.
تبدیل می‌کنیم (مادی کوری)، وقتی K_m را از آن برداریم هم
به حالت اول برمی‌گردیم.



$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M} \Rightarrow \vec{J}_m = 0$$

$$\vec{J}_m = \vec{M} \times \hat{n} \quad \text{سطح}$$

$$\rightarrow \vec{J}_z$$

$$M \hat{a}_z \times \hat{a}_z = 0$$

سطح بالا

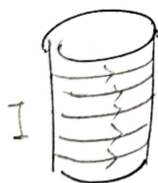
$$M \hat{a}_z \times (-\hat{a}_z) = 0$$

سطح پایین

$$M \hat{a}_z \times \hat{a}_r = M \hat{a}_\phi$$

سطح جانبی

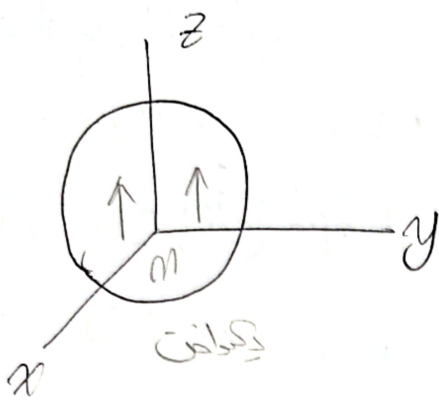
پس اگر برای استوانه جریان سطحی ایجاد کنیم که جریان ثابت در آن باشد، برای ایجاد آهنربا کافی است.



سیم های
تاریک و روشن
دیگر به جهت دارد

اگر جریان جابجا (جریان
باتری) از سیم بروج عبور داده
شود، این استوانه آهنربا
دیگه آهنربا می شود.

مضاهیہ مسائل



$$\vec{\nabla} \times \vec{M} = 0$$

$$\vec{j}_m = \vec{M} \times \hat{n} \Big|_{\text{سطح}}$$

$$\rightarrow M \hat{a}_z \times \hat{a}_r = [M \hat{a}_z \times (\sin\theta \cos\varphi \hat{a}_x + \sin\theta \sin\varphi \hat{a}_y + \cos\theta \hat{a}_z)] \Big|_{r=R}$$

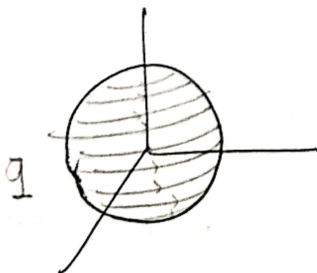
$$\Rightarrow M \sin\theta \underbrace{(-\sin\varphi \hat{a}_x - \cos\varphi \hat{a}_y)}_{\hat{a}_\varphi} \Big|_{r=R}$$

$$\Rightarrow M \sin\theta \hat{a}_\varphi$$

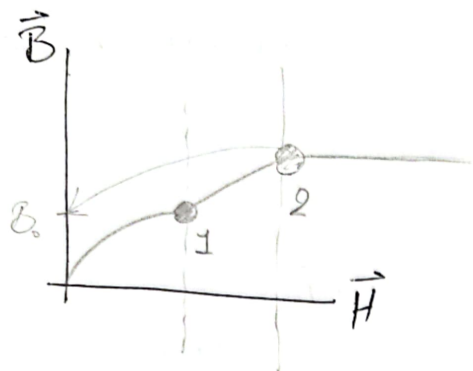
مکانات $\hat{a}_\varphi$ کی جانب

سہ جہتی M کو $\hat{a}_z$ کی جانب

$\sin\theta$ ، زاویہ θ کے لیے

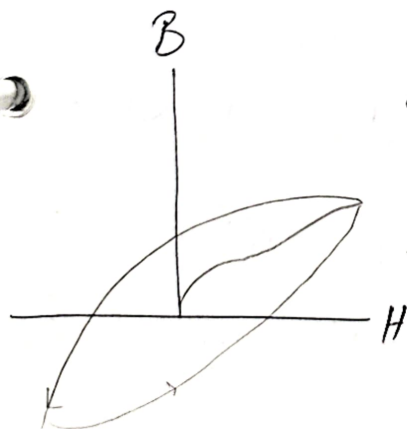


نمودار فروختن خاص



کابل از مدار مشخصات
اگر جریان را قطع کنیم، بار هم
به حالت اول می‌گردد و $\vec{B}$
صفر می‌شود.

اما اگر از مدار عبور کنند، دیگر به صفر نمی‌گردد، بلکه B_0 می‌ماند
برای هسته‌های باقی می‌ماند. اگر از مدار دفع بگذرد، به ماکسیمم می‌رسد
و حالت جابجایی پیدا می‌کند. اگر ادامه بدهیم، صفر هسته‌ای
آهنربا داغ‌تر می‌شود. یعنی حوزه‌ها ماکسیمم هم‌راهِ دهن را
پیدا خواهند کرد.



اگر جریان خلاف جهت کویل کنیم،

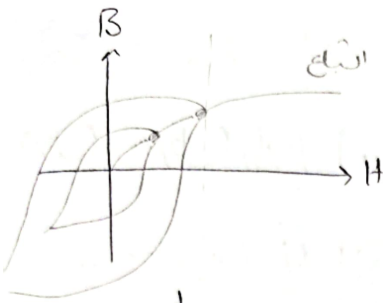
به شکل دایره‌ای می‌شود. این نمودار،

منحنی هسته‌ای (س) نام دارد و

موضوع ویژه دیکتای در این منحنی

نقش می‌شود.

توجه کنیم که بار جریان را به دور
 یک سیم رسانا می دهیم.



این در حالی است که مواد دیامغناطیس و پارامغناطیس به دور

خفا هستند

$$\tan \alpha = \mu = \mu_0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \vec{H} \Rightarrow \mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}}$$

اما در مواد هیستریزیس به ازای H های مختلف، μ های
 مختلفی داریم. این یعنی μ تابعی از H است. (μ نه ثابت).

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu(H) \cdot \vec{H}$$

پس با ضرب $\mu(H)$ در
 H دیگر، درجهان

تغییر از H را خواهیم داشت، و این غیر خطی محسوب می شود.

حالا با توجه به تابعی از مکان دوجان H ، پس μ هم در
 فضا متغیر تابعی از مکان است.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f \quad \vec{\nabla} \times \leftarrow \text{منشی مکانی روی مکان تابع دارد}$$

هنگامی که می خواهیم در یک جسم، اشیاء را کنیم، جریاں در درون و بیرون نداریم. (فقط جریاں سطحی داریم)

$$\vec{J}_f = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$$

پس می توانیم $\vec{H}$ را به

کمیت اسکالر در نظر بگیریم.

دلیل منطقی بودن ضرب

تلاش برای نتیجه گیری

$$-\nabla\phi = E \text{ است}$$

$$\vec{H} = -\nabla\phi_m$$

پتانسیل اسکالر حتماً صبی ϕ^*

ϕ^* در کمیت کمیتی است که استناد در الکتروستاتیک معهود داشتن، ولی کلاً معهود خاصی ندارد.

کلاً می توانیم چیزی که کرل صفر دارد رو به صورت (کمیت) ∇

بنویسیم.

برای خاصیت و پارامترهای خاص می توان گفت:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H} \rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{H}) = 0 \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$$

$$\vec{H} = -\nabla\phi^* \rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\nabla\phi^*) = 0 \Rightarrow \nabla^2\phi^* = 0$$

در حالت پواسون
صفت می کند

مادامی که کرل چیزی صفر باشد، دوی پایدار است و بسطی
 به مسیر ندارد. پس می توان نوشت،

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \iff \phi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

اما اگر ما در مروج ضامن بود، می دانیم،

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\mu(H) \cdot \vec{H})$$

دری μ ثابت نیست

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \xrightarrow{\text{انتگرال}} (\vec{\nabla} \mu(H)) \cdot \vec{H} + \mu \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$$

$$\hookrightarrow (\vec{\nabla} \mu(H)) \cdot \vec{H} + \mu(H) \vec{\nabla} \cdot (-\nabla \phi^*) = 0$$

$$\vec{J}_F = 0 \rightarrow \vec{H} = -\vec{\nabla} \phi^*$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} (\mu(H)) \cdot \vec{H} - \mu \nabla^2 \phi^* = 0$$

حالت بحرانی

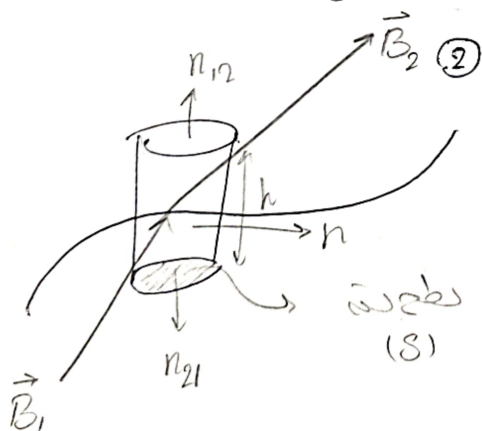
$$\oint \nabla \phi^* = 0, (\vec{J}_f = 0) \rightarrow \text{دیا مضاعفی / جارا مضاعفی}$$

$$\nabla^2 \phi^* = -\rho_m, \rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}, (\vec{J}_f = 0) \rightarrow \text{جرا مضاعفی}$$

$$\nabla^2 \phi^* = 0 \rightarrow \text{مضاعفی یکجانبه}$$

3 باره در $\vec{S}_{ij}$ و $\vec{S}_{ji}$ و $\vec{S}_{ij}$ و $\vec{S}_{ji}$ و $\vec{S}_{ij}$ و $\vec{S}_{ji}$ از $\vec{S}_{ij}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \\ \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f \end{array} \right.$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

(7) با استفاده از این
رابطه، ارتباط بین
مقدارهای سطحی و حجمی

$$\hat{n}_{12} \cdot \vec{B}_2 \cdot \Delta A + \hat{n}_{21} \cdot \vec{B}_1 \cdot \Delta A = 0$$

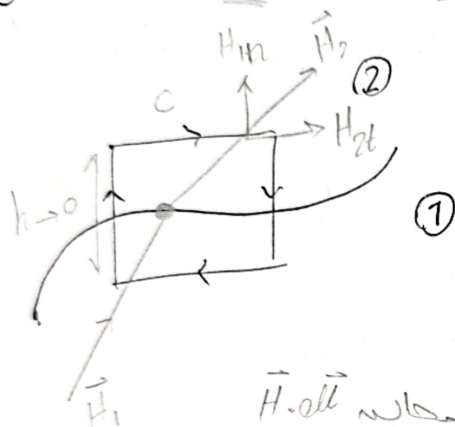
$\hat{n}_{12}$

ارتفاع h
سطح ΔA
محیط $2\pi r$
مساحت

$$\hat{n}_2 \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \Rightarrow \boxed{B_{2n} = B_{1n}} \quad \text{در مرز}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f \rightarrow \text{خطی از سطح مسطح}$$

عبوری که



مدار $\vec{H}$ را در دو بخش مساوی و
عبوری تجزیه می‌کنیم.

تمام این پارامترها را برای یک نقطه

می‌نویسیم. هر چند طول عبوری در محاسبه $\vec{H} \cdot d\vec{l}$

صاف می‌شود

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f \rightarrow H_{2t} \cdot \Delta L - H_{1t} \cdot \Delta L = \underbrace{\int_C \vec{J}_f \cdot d\vec{l}}_{J_f \cdot h \Delta L}$$

این رابطه را می‌توان به شکل

$$\Rightarrow H_{2t} - H_{1t} = \underbrace{J_f \cdot h}_{\frac{A}{m} \cdot m}$$

میان می‌توان به صورتی ساده نوشت.

به همین دلیل ما این معادله را می‌نویسیم.

$$\vec{J}_f \cdot h = \vec{J}_f$$

$$H_{2t} - H_{1t} = \vec{J}_f$$

در مرز دو محیط عایق، می‌توان گفت:

رابطه میان $\vec{H}$ از جابجایی آزاد

واضح است این است که دنی توان چگای سطحی جریان در ماز س
 دو صحت داشت. جریان به سمت درون دی ماه خواهر رفت. (ماز
 نوری پیوسته است که غیر قابل تصرف است).

البته در این حالت ها $\vec{J}_f \neq 0$ و بی الا این امر را نداریم.

$$\Rightarrow H_{1t} - H_{2t} \leq 0 \Rightarrow H_{1t} \leq H_{2t} \quad \text{در ماز}$$

$$\Rightarrow B_{1n} \leq B_{2n}$$

در مکتوباتیک $\vec{J}_f = 0$

II) ویژگی‌های خاصیت

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f \\ \vec{D} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \\ \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow \text{خاصیت} \\ \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f \rightarrow \text{خاصیت} \end{array} \right.$$

نویسندگی برداری کارآمدتر

همیشه برای توانایی

تمام نقاط در فضای

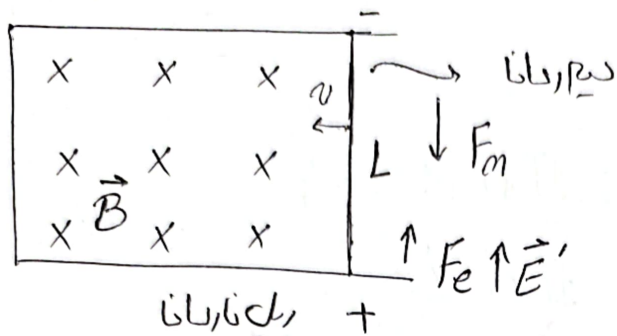
حالت این نوع، مستقل از مکان این
حالات هستند.

همی $\vec{J}_f$ و $\vec{\nabla} \times \vec{H}$ این است که میان خاصیت ایجاد می‌کند

50 Hz

می‌کند (دریختگی)

برای کامل کردن $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ در آزادی، را انجام می‌دهیم
همی می‌توان از بدین جهت هم آن را بررسی کرد.



$\vec{B}$ یکجانبه است.

(یعنی جانبی از چپ)

(نیست) (فقط از)

(بالا هم نیست)

البته این استقلال زمانی از دید ناظر ساکن رخ می دهد.

سیم رسانا شروع به حرکت می کند. این باعث ایجاد

یک نیروی مخالفی می شود که م سیم رسانا وارد می شود. علت.

آن وجود بارهای دوار رسانا است. این باعث می شود که جلای

سیم بارشده، و جاسیم سیم بارشده ایجاد شود. به تدریج

که سیم رسانا به شش حرکت می کند، بارهای شش

خواهیم داشت.

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

کم کم سرعت سیم شش می شود. سپس با گذر چند میلی ثانیه،

یک حالت پایدار به خودش می گیرد و متوقف می شود.

$\vec{F}_m$ می‌خواهد جارها رو در سیم منتقل کنه. در عین حال یک نیروی الکتریکی در مسیر ایجاد می‌شود که می‌خواهد جارها رو پس راه جلا برگرداند.

در جابجایی، نقطه‌ای می‌بینیم که $F_e = F_m$ ، سیم را می‌آید.

اگر جار نرسیده روی سیم رها بخواهیم، می‌توانیم یک v بزرگتر اختیار کنیم.

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$$

$$\hookrightarrow q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}' = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E}' = -\vec{v} \times \vec{B}$$

در حالت جابجایی داریم:

الکترون $\vec{E}'$ ثابت است، زیرا

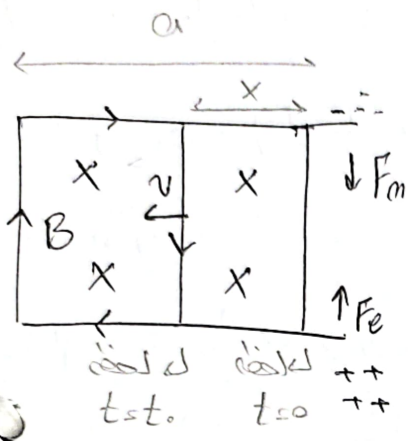
v و B هم دو ثابت هستند.

$$\frac{1}{\perp} \uparrow E'$$

یک جابجایی سالم، $\vec{E}'$ دایره‌ای، اگر خراب باشد، دایره‌ای نخواهد بود.

به دلیل خرابی‌های بعدی، جریان نداریم.

آر ریل، ریلانا کیم:



از لحاظ کیم ریلانا

Steady state پید اینجا

لحظه $t=0$ است.

حال جریان در سطح ریلانا داریم.

حرکت کیم اندازه x :

$$x = vt$$

دایره های میسن به صورت ساعتگرد در مدار حرکت می کنند.

جریان به وجود آمده با قانون دست راست و میدان خاصه

متناسب است.

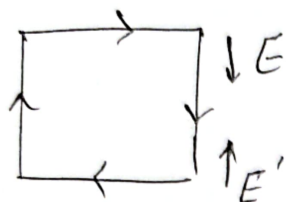
می توان گفت:

جریان نیروی خاصه وارد مدار میسن ← جریان میدان القایی در میسن میسن

جریان، جریان القایی

است

به دلیل ایجاد جریان در مدار، دس $\vec{E}$ در جهت جریان دارند.



$$|E| = |E'|$$

کار جابری $(\vec{E}')$ اینه که وقتی جار

مست را از قطب منی جابری به قطب مثبت میزد تا جار به

حرکت در مدار ادامه دهد، وگرنه جار مست به قطب منی میزد و دس

نی خواهد ادامه دهد. E' به حرکت دادن جارهای مست ادامه می دهد

تا زمانی که فصل و اتصالات بیضیای در جابری تمام شود.

$$\vec{E} + \vec{E}' = 0 \rightarrow -\vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}'$$

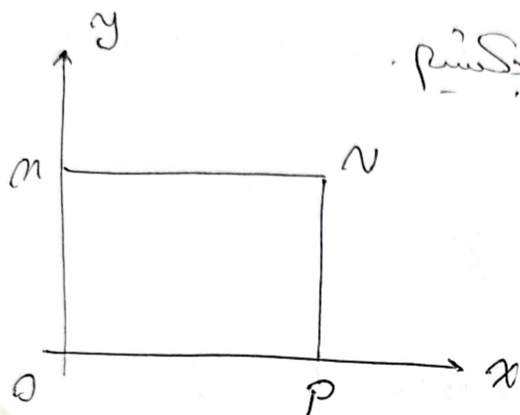
$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

جهت جریان القای $\Leftrightarrow$ جهت انتقال مسیر بسته

هم چنین می توان جادس را بست و مدار خود مطرح جهت

جریان را مست آورد به صورت یک دوره مسیر بسته

حال بار درگاه میدان الکتریکی



$$W = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint_C q_e \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

کار انجام شده

بر بار بار

مسیر در مدار

مسیر بار

نقطه

$$\hookrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{W}{q_e}$$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

مسیر بار

(V)

$$\Rightarrow \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

ماتریه حرکت در سطح $\vec{v}$ و $\vec{B}$

$$\xi = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

در مسیری

$$\Rightarrow \xi = \int_L [v(-\hat{a}_x) \times B(-\hat{a}_z)] \cdot dy \hat{a}_y$$

$$\Rightarrow \xi = B \cdot v \cdot L$$

تاریخچه حرکت در سطح $\vec{B}$ و $\vec{v}$ ایجاد می شود

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B(-\hat{a}_z) \cdot L dx (-\hat{a}_z)$$

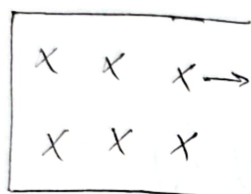
در سطح
(S)

در سطح $\vec{B}$ و $\vec{v}$

$$= B \cdot L \cdot (a - x) \Rightarrow B \cdot L (a - vt)$$

$$\left| \frac{d}{dt} \right| \frac{d\Phi_B}{dt} = -BLv = \xi$$

در آزمایش طرح شده، استقلال زمانی نیست به خاطر سازهی داریم.
اگر سازهی سازه، دیگر مستقل نیست.



B دگرگونی
(مستقل از زمان)

رله سازه

اگر درین سیستم از $0.1C$ جان، از تبدیلات لورنس استفاده
خواهیم کرد به جای تبدیلات نیوتنی.

همچنین اگر درین $drift$ را در نظر بگیریم، یا هر درین،

$$\vec{B} = \frac{\vec{v} \times \vec{E}}{c^2}$$

می بینیم که برای $\vec{B}$ می توان نوشت،

c در محادلات ظاهر می شود و این یعنی ما

حاجز سیستم از تبدیلات کلاسیک ای استفاده کنیم و باید از تبدیلات
لورنس استفاده کنیم.

دانستیم، $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ ، $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$ ، $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$

$$I = \frac{\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}}{R} \Rightarrow I = \frac{B v L}{R}$$

خارج الکتریکی و ولتاژ را می توان

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

قانون القای
خارادی

همن جریان القای به گونه ای اس که باعث تغییر در میدان
مغناطیسی گردیده از سطح (سطح تعریف شده توسط منحنی بسته)
خالفت می کند. (قانون لenz)

نکته : خاطر داشته باشید که هر دو پدیده ها را یک امر می بینند.

قانون القای خارادی $\Leftrightarrow$ تغییر میدان مغناطیسی نسبت به زمان
ایجاد میدان الکتریکی می کند.

$$\vec{F} = I \int d\vec{l} \times \vec{B} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

همن $\vec{B}$ و $\vec{l}$ ثابت هستند.

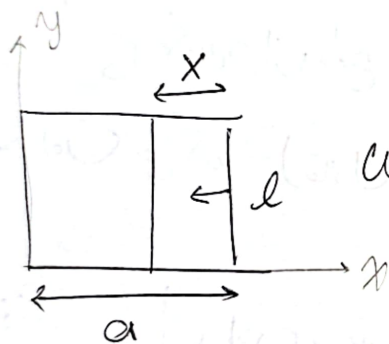
از انتگرال خارج می شود.

$$= I l (-\hat{a}_y) \times B (-\hat{a}_z) = I l B \underline{\underline{\hat{a}_x}} \rightarrow \text{خالفت}$$

این همان نیرو مخالف گشته با قاذول لیز است. (نیروی وارده نیز μ را با از طرف میانه)

$$\vec{F}' - \vec{F} \Rightarrow \vec{F}' - IBl\hat{a}_x \rightarrow \text{نیروی وارده نیز μ را با از طرف میانه}$$

$$\vec{F}' - IBl\hat{a}_x = \frac{-B^2 l^2 v}{R} \hat{a}_x$$



$$W_s \int \vec{F}' \cdot d\vec{l}$$

کار انجام داده توسط تحف

پای انتقال سیم از لحظه t تا t_0

$a-x$

$$W_s \int_a^{a-x} \frac{-B^2 l^2 v}{R} \hat{a}_x \cdot dx \hat{a}_x$$

ما داریم سیم را در سیم

چپ $\hat{a}_x$ ، یعنی $-\hat{a}_x$

داریم. اما $-\hat{a}_x$ یعنی $\hat{a}_x$ زیرا این سیم در سیم انتقال قرار دارد. (کابل از سیم (l) تا سیم (0) است)

$$W = \frac{B^2 l^2 v}{R} x$$

در حالت انتقال خط، مقادیر
را با هم است.

توان نیرویی که بخش جان نیرو کار انجام می دهد:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{B^2 l^2 v}{R} \left[\frac{dx}{dt} \right] \rightarrow v$$

$$= \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

برای محادلات لاکسول

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = ? \longleftrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$

لافتا انتگرالی را به سمت آدرین، حال توان این است که هم

دیفراستیک این توان هم حوله بود؟

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

که تابع از حال و زمان

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \vec{B} \cdot \frac{\partial}{\partial t} d\vec{S}$$

در مثال امواج الکترومغناطیسی در محیط (فضا) اصطلاحاً گفته می‌شود
ای در نظر نمی‌گیرند. پس این بخش از انتگرال صفر می‌شود.

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

→ سطح بسته کامل
صفر می‌شود

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \neq 0$$

این همان سطح محدود می‌شود

یعنی در $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$ است

$$\Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\xrightarrow{\text{Stoke's theorem}} \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = \iint_S \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

نکته مهم وجود سطح باز، می‌تواند به عنوان سطح در نظر گرفته شود
اما در این مورد می‌تواند در نظر گرفته شود، پس تابع زیر انتگرال

هم در طرف تری اجبارا جابجی داریم، چون برای هر یک از این موارد.

در مطالعه اجزای الکترومغناطیسی، اگر بخشی را در نظر بگیریم جابجی وجود چارامتری برای تضعیف مع استفاده می شود.

$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow$ این در اصل برای حالت خاصی برای اجزای الکترومغناطیسی است.

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$ حالت کلی برای تر.

نکته جابجی برای تولید $\vec{B}$ نمی کند، پس $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

اگر می بینیم جابجی داریم، تولیدی از $\vec{B}$ داریم و می توانیم قانع هستیم زمانی است، پس جابجی $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

اگر می بینیم ضابطی نیست، در حال تغییر کند (با تغییر ضابطی داشته باشیم) می بینیم الکترومغناطیسی تولید می شود.

از L حیطه غیر حلقه $\frac{d\Phi_B}{dt}$ است و می‌توانی حیطه حلقه‌ها را

$\frac{\Phi_B}{\epsilon}$ است. که این وقت وابستگی $\mu \approx H$ است که چون

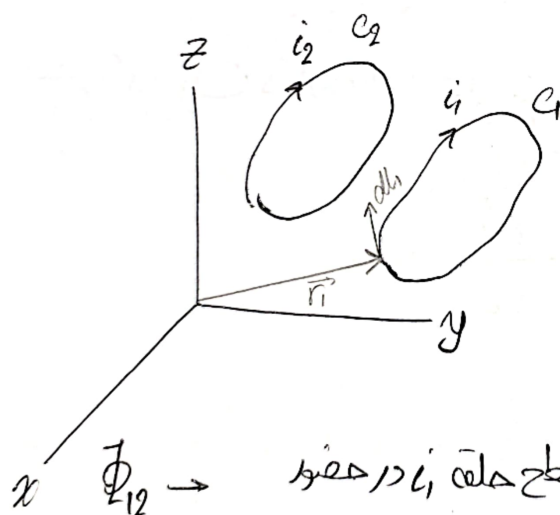
تفاوت در B و در همان تفاوت در Φ_B می‌تواند پس با حساب تغییرات

می‌توانیم این ضرایب را حساب کنیم.

وقتی L قابین باز، (در حیطه‌های حلقه‌ها) می‌توانی L متفاوتی

از شکل سیستم است. و این در حیطه‌های L که در حیطه‌های غیر حلقه‌ها

L تفاوتی از حیطه‌ها است.



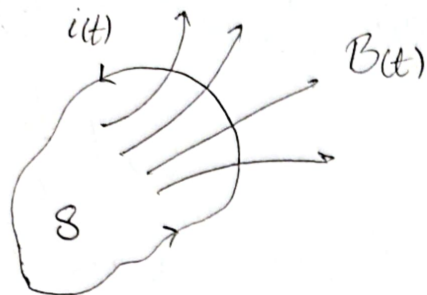
به دلیل تغییرات جریان
تأثیر اضافی داریم.

تأثیر گذارنده از سطح حلقه i در حلقه j
حلقه j را

$$\Phi_{12} = \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 = \int_{S_1} (\vec{\nabla} \times \vec{A}_{12}) \cdot d\vec{S}_1$$

$$\xrightarrow{\text{Stokes theorem}} \oint_{C_1} \vec{A}_{12} \cdot d\vec{l}_1 = \oint_{C_1} \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \cdot d\vec{l}_1$$

①



خود الی

جریان مغناطیسی جاری در سطح (S)

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}, \quad \Phi_B \propto i \Rightarrow \Phi_B = L i$$

L سلفی
توان مغناطیسی است.

$$L = \frac{\Phi_B}{i} \Rightarrow L = \frac{\omega_b}{A} = H \quad (\text{مغناطیسی})$$

همچنین تغییرات شار مغناطیسی در طول سلفی می‌تواند

$$\Rightarrow \xi = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d\Phi_B}{di} \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \text{chain rule}$$

در حیطه های مغناطیسی، تغییراتی با حیطه های مغناطیسی وجود دارد.

به حیطه های مغناطیسی: μ تغییرات H نیست.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \rightarrow \mu \approx \mu_0 \rightarrow \text{پارامغناطیسی و دیامغناطیسی}$$

به حیطه های مغناطیسی:

$$\vec{B} = \mu(H) \cdot \vec{H} \rightarrow \text{پارامغناطیسی}$$

$$^{(1)} M_{ij} = \frac{\Phi_{ij}}{I_j}, \quad M_{ij} = M_{ji}$$

صحیح نام نہ جانی دوپن آن انڈکٹل، بتوسیم.

$$M_{ij} = \frac{\mu}{4\pi I_i I_j} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{\vec{J}_i \cdot \vec{J}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} dV_i dV_j \quad \begin{array}{l} \text{Mutual} \\ \text{Inductance} \end{array}$$

$$L_{ii} = L_i = \frac{\mu}{4\pi I_i^2} \iint \frac{\vec{J}_i(\vec{r}) \cdot \vec{J}_i(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV_i dV_i' \quad \begin{array}{l} \text{Self} \\ \text{Inductance} \end{array}$$

حالت پرانم گزاسن، انڈکٹل گزاسی، اصل تر اس. کافی ہوگی اس
 کی درجہ انڈکٹل دوگانہ، چار تکینگی نوع.

(3)

$$\Rightarrow \Phi_{12} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2'|}$$

این یک ارضائی خطی
و عدد حلقه I_2 می باشد

$$\hookrightarrow \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2'|}$$

این وضع متقابل
inductance است،

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2'|}$$

با M آن، اکتال می دهند

می توانیم برای حلقه دیگر هم بنویسیم:

$$M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1'|}$$

آنکه هر حلقه داشته باشیم، هم خود حلقه حامل جریان با خودش

مخالفت می کند و هم 9 حلقه دیگر و این درجای اس M

برای هر جهت حلقه با هم برابرند.

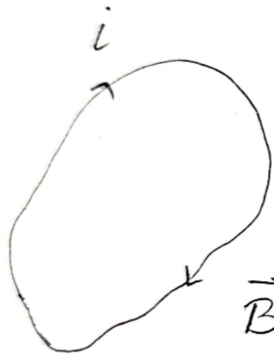
$$M_{12} = M_{21}$$

نکته از فرمول های دویال برای حساب گسترده نیروها و محوهای
از این میل استفاده می شود، نه برای بدست آوردن L . همچنین
حاصل خود القای بسیار سخت تر است، زیرا احتمال ایجاد یک تکنیکی
در انتگرال بسیار زیاد است.

فرمول های دویال دو ویژگی دارد ۱. صریحانه شکل بستگی دارد

$$\frac{2}{M_{12}, M_{21}}$$

انرژی مضاضی



حیال الکتریکی بارها را تغییر می کند (از صفر

تا یک مقدار مشخص) پس به دلیل صفر خیال، $\vec{B}$

هم بارها را تغییر می کند. تصویران $\vec{B}$ باعث تغییران در میدان

می شود و در نتیجه نیرو محرکه الکتریکی ایجاد می شود. این نیرو

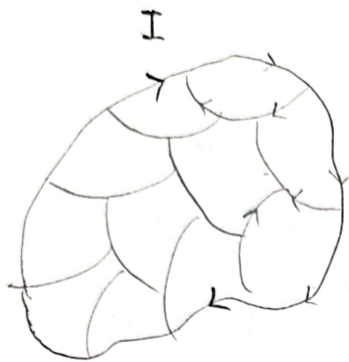
محرکه باعث ایجاد یک خیال در خلاف جهت خیال اصلی می شود

که این همان مانع لوز است. همچنین این خیال مخالف بار

تورخ جاری تولید می شود. این کار جاری، همان انرژی مضاضی است

می توانیم این حلقه انرژی را مدل کنیم به یک دیافان طبقه کوچکی

حالت خیال I .



این حلقه ها در درون هم یکی دیگر را
خفتی می کشد و نمایا دی جریان های
حلقه بزرگی خواصم داست.

برای محاسبه انرژی، دی حلقه کوچک را

از بی نمایان می آوریم و هیچ کاری انجام ندادیم، اما دوی را که بیاید
باید کاری انجام دهیم. حلقه سیم رخت تر است و چهارم حلقه رخت
تر است. جمع همه این انرژی ها حاصل انرژی ای است که نیاز
است دی حلقه بزرگی جریان را ایجاد کنیم، این ها ان انرژی اضافی
است.

$$W \leq W_{12} + W_{13} + W_{23} + W_{14} + W_{24} + W_{34} + \dots$$

به دلیل این که این حلقه گسسته هستند و جمعشان هم گسسته

است، نمی توانیم به صورت انتگرال بنویسیم ولی می توانیم بنویسیم:

$$W \leq \frac{1}{2} (W_{12} + W_{13} + W_{23} + \dots + W_{21} + W_{31} + \dots)$$

$$\leq \frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij}$$

حال جابجایی دو سیم

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{F}_{ij} \cdot d\vec{l}_{ij}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{\mu_0 I_i I_j}{4\pi R} \oint \oint \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j) d\vec{l}_i \cdot d\vec{l}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} d(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

$\xleftarrow{\vec{F}_{ij}} \xrightarrow{\quad}$

$$\Rightarrow W = \frac{\mu_0 I_i I_j}{8\pi R} \oint \oint \int \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j| \cdot \hat{a}_{\vec{r}_i - \vec{r}_j} \cdot d\vec{l}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} d\vec{l}_j d(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \hat{a}_{\vec{r}_i - \vec{r}_j}$$

$$\Rightarrow W = \frac{\mu_0 I_i I_j}{8\pi R} \oint \oint \int \frac{d|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2} d\vec{l}_i \cdot d\vec{l}_j$$

$$\Rightarrow W = \frac{\mu_0 I_i I_j}{8\pi R} \oint \oint \frac{-1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \bigg|_a d\vec{l}_i \cdot d\vec{l}_j$$

$$\Rightarrow W = \frac{\mu_0 I_i I_j}{8\pi R} \oint \oint \frac{d\vec{l}_i \cdot d\vec{l}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

جواب سوال ۱۰ در کتاب فیزیک

$$W = \frac{\mu_0}{8\pi} \iint \frac{\vec{J}_i \cdot \vec{J}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} dV_i dV_j$$

$$\vec{A}_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} dV_j$$

جواب سوال ۱۰ در کتاب فیزیک

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \int \vec{J}_i \cdot \vec{A}_i dV_i$$

$$\xrightarrow{\text{دایر}} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \rightarrow \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{J} \cdot \vec{A} dV = \frac{1}{2\mu_0} \int (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \vec{A} dV$$

Vector Analysis Identity

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2\mu_0} \int \vec{B} \cdot \underbrace{(\vec{\nabla} \times \vec{A})}_{\vec{B}} dV - \frac{1}{2\mu_0} \int \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) dV$$

جانبی مداران را اصول را رفع نقی (کریم) بجز:

این مدار در صورت دین (اسی) گرس، با مدار
 بدو نقی تا می رسد. پس سعی کنید که در این اصله کس

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_f + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_f \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) \Rightarrow \vec{F} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

این برای کریم $\vec{J}_D$ و نام آن را چگالی
 جریان جابجایی نام گذاری می کنیم.

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

رفع نقی ۲.

مستند میان ضابطی دو چیز است 1 میان الکتریکی 2 تغییرات
 میان الکتریکی

جایزه به اصلاحی که ایجاد کردیم، الان هم تغییرات میان الکتریکی

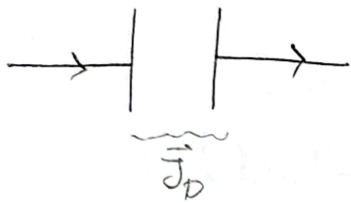
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

این تولد میان ضابطی می شود، هم جاذبه به

عکس آن صادق است.

این حال متافیزی است که چنان به یک چهر دیگر حواله را بنویسند.

حالا در درون خازن جریان حاصل از



بارهای آزاد داریم، و می توانیم جایگاهی

داریم.

نکته حقیقی که تابش الکترومغناطیسی داریم، میدان $\vec{E} \perp \vec{B}$

تغییرات زمانی دارند.

معادلات ماکسول

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$

(I) معادله قانون گاوس

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

(IV) قانون گاوس در فضایی

خطوط میدان به فضایی دو دسته می شود یکی های بسته و یکی های باز

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(III) قانون القا فارادی

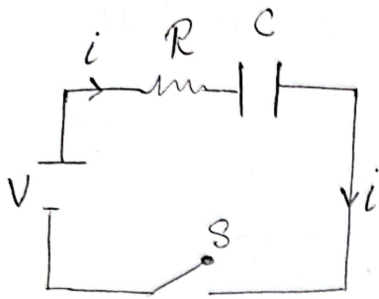
(قانون فارادی - هانری)

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

تغییر معادله آمپر

(قانون آمپر - ماکسول)

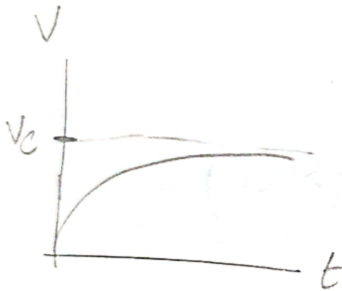
جریان شارژی در مدار



در مدار داریم یک ولت، یک مقاومت و یک خازن
و می‌خواهیم اختلاف پتانسیل دو سر خازن

محاسبه کنیم

$$V(t) = V(1 - e^{-t/RC}), \quad (t > 0)$$



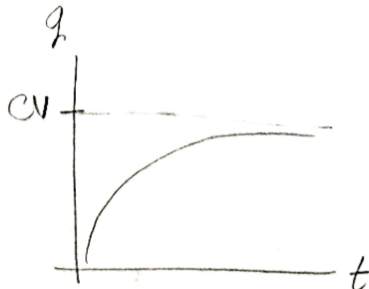
می‌توانیم از روی اختلاف پتانسیل دو

سر خازن، بار الکتریکی و جریان را

محاسبه کنیم

$$q(t) = CV(1 - e^{-t/RC})$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$



با تغییران میان الکتریکی درون خازن با گذر زمان، $\vec{J}_D$ و $\vec{J}_P$ تغییر می‌کند.

$$\phi(t) = \frac{q(t)}{A} = \frac{CV}{A} (1 - e^{-t/RC}), \quad (t > 0)$$

$$\vec{E}(t) = \frac{\phi(t)}{\epsilon} \Rightarrow \vec{E}(t) = \frac{CV}{\epsilon A} (1 - e^{-t/RC})$$

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

$$\vec{D}(t) = \epsilon \vec{E}(t) \Rightarrow \vec{D}(t) = \frac{CV}{A} (1 - e^{-t/RC})$$

$$\rightarrow \vec{J}_D(t) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \vec{J}_D(t) = \frac{V}{AR} e^{-t/RC}$$

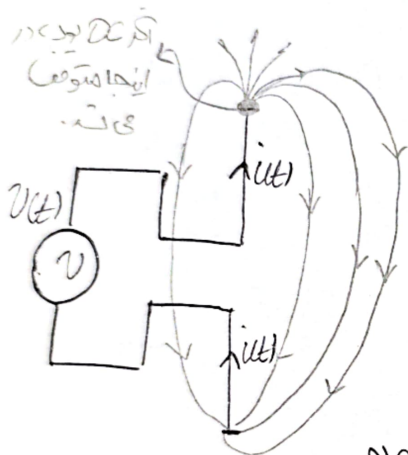
می‌توان گفت که حالت اولیه می‌باشد که در مدار پس از عبور از خازن، پس از گذشتن $\vec{J}_D$ به $\vec{J}_P$ می‌توانیم به حالت پایدار رسید. هر چقدر $\vec{J}_D$ با $\vec{J}_P$ تفاوت داشته باشد، $\vec{J}_D$ و $\vec{J}_P$ در مدار با هم تفاوت دارند.

$$i_D(t) = \int_{\text{مساحت خازن}} \vec{J}_D \cdot d\vec{s} = \int \frac{V}{AR} e^{-t/RC} d\vec{s}$$

$$\Rightarrow i_D(t) = \frac{V}{RA} e^{-t/RC} \int_A ds$$

$$\Rightarrow i_D(t) = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$

که همان مقدار جریان را نشان
است.



جریان جابجایی در آتش

بسیار آتش، جابجایی اختلاف پتانسیل
و جریان را نشان می‌دهد. معتبر جابجایی دانسته می‌شود.

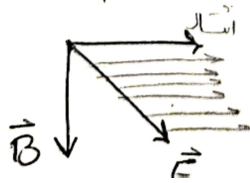
زیرا همین آتش معتبر جابجایی نباشد، در یک نمونه

این نسبت می‌خورد. اما اگر AC باشد، و متغیر باشد، می‌تواند $\vec{D}$
دانسته باشد. $(\vec{D}, d\vec{D}/dt)$. $\vec{D}$ در اصل وجود ندارد، بلکه با

صورت آن راه تغییرات میدان $\vec{E}$ نسبت می‌دهد.

حلقه $\vec{E}$ آتش در راستای پس است. (ولتس افقی)، حلقه $\vec{B}$

آتش محدود می‌شود است و راستای انتشار هم محدود می‌شود



اوله آتش

$\vec{E}$ جاری
آتش است

سیس جابه‌جایی از دهنش لوله اش به دلیل اثر گذاری $\vec{E}$ ، چهار سره
 می‌گردد و در همین ترتیب جریان به وجود آمده و اطلاعات ریزی، صدا و
 تصویر منتقل می‌گردد.

$\vec{J}$ ، راننده توانم اندازه دیم، و صرفاً کاربرد اصل کردن یکس الکتریکال
 را دارد. از لحاظ اندازه هم برابر با $\vec{J}_F$ است.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{حالت پیوستگی}$$

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{نیروی لورنتس}$$

می‌توانیم قانون جابجایی انرژی، انرژی، انرژی

توان پوینتینگ (Poynting)

$$\text{I}] \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \quad \text{II}] \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{III}] \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{IV}] \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\xrightarrow{\text{III}] } (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{H} = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{V})$$

$$\underline{IV)} \quad (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (VI)$$

$$\underline{V \rightarrow VI)} \quad -\vec{J} \cdot \vec{E} - \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H})}_{\text{pointing vector} = S} = -\vec{J} \cdot \vec{E} - \underbrace{\mu_0 \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}}_{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{B} \cdot \vec{H})} - \underbrace{\epsilon \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{D} \cdot \vec{E})}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = -\vec{J} \cdot \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} (\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}) \right)$$

$$\frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = U_E \quad \frac{1}{2} (\vec{B} \cdot \vec{H}) = U_m$$

انرژی الکتریکی در واحد
حجم

انرژی مغناطیسی
در واحد حجم

$$U = U_E + U_m$$

مجموع انرژی الکتر و مغناطیسی

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{S} + \vec{J} \cdot \vec{E} = -\frac{\partial U}{\partial t}}$$

قانون بقای انرژی

الکتر و مغناطیسی

این رابطه در واحد حجم است. می توانیم آن را برای کل حجم یک جسم بنویسیم.

$$-\frac{d}{dt} \int_V u \cdot dV + \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dV + \oint_S \vec{S} \cdot \vec{n} da$$

والت پرایتینگ برای حجم مشخص V

نسبت $\vec{J} \cdot \vec{E}$ چیست؟

یک سطح بسته در نظر می‌گیریم. این سطح بسته، مدار اوج EM است. حال یک رسانا در نظر می‌گیریم که در این سطح بسته قرار دارد.

هم اتفاقی می‌افتد وقتی که یک جمع در EM به یک رسانا مربوط؟ الکترون‌های آزاد درون رسانا به وسیله حلقه الکترونی جمع الکترون‌های اضافی به حرکت در می‌آید و در ظرف جهت می‌آید. الکترون‌ها نیز وارد می‌شوند و شروع به تاب گزشت می‌کند. در رسانا مقاومت وجود دارد و الکترون‌ها با مقاومت روبه‌رو می‌شوند و این باعث تلفات گرمایی می‌شود. این تلفات، از انرژی جمع صورت می‌گیرد (یعنی این انرژی جمع است که تلف می‌شود)

$$\vec{J} \cdot \vec{E}$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = gE^2 \rightarrow \text{تلفات گرمایی}$$

از روی ضرب کار داریم،

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\Rightarrow dW = dq (\underbrace{\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}}_{\substack{\text{چون } \vec{v} \times \vec{B} \text{ در این} \\ \text{این جمله یکتا می شود}}}) \cdot d\vec{l} \rightarrow \begin{matrix} \text{این جمله با } \vec{B} \text{ مع} \\ \text{همچون نیروی در این} \\ \text{موضوع ندارد} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow dW = dq \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow dW = \rho dV \underbrace{\vec{E} \cdot \vec{v}}_{\substack{\text{هم} \\ \frac{e}{m^3} \longleftrightarrow \frac{m}{e}}}} \cdot d\vec{l}$$

$$\Rightarrow dW = \vec{J} \cdot \vec{E} dV \cdot dt$$

$$\hookrightarrow \frac{dW}{dt} = \vec{J} \cdot \vec{E} dV$$

کار انجام شده در واحد زمان
توسط میدان الکتریکی جمع

الکتریکال پاور در حجم dV - dW

$$\frac{dW}{dt} = \vec{J} \cdot \vec{E} dV$$

با تقسیم کار بر واحد زمان:

توان انتقالی از میدان EM

n بار الکتریکی در حجم dV

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt \cdot dV} = \underbrace{\vec{J} \cdot \vec{E}}_{W/m^3}$$

توان انتقالی از میدان EM
در واحد حجم بر بار الکتریکی

روابط توسعه شده، مربوط به کاری بود که جمع الکترومغناطیسی μ بار الکتریکی انجام می دهد. اگر روابط در $\underline{E} = \nabla \phi$ شود، کار انجام شده توسط بار الکتریکی μ جمع الکترومغناطیسی را خواص دانست

تلفات ژوئی (اهی) $\rightarrow \vec{J} \cdot \vec{E}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \equiv \omega / m^3$$

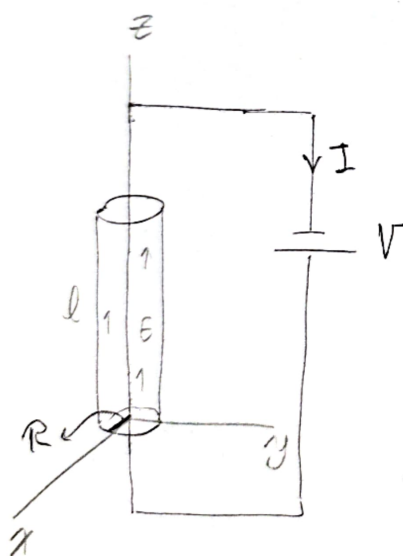
یعنی توانی که در محیط گاهش پدید می آید، این موضوع احتمالا μ علت وجودی رادار در محیط است که بخاطر $\vec{J} \cdot \vec{E}$ از دست رفته است. جایی انرژی جمع در $\frac{\partial u}{\partial t}$ قرار می گیرد. هم چنین تلفات اهی اشاره به خاصیت رسانندگی دارد. $\vec{J} \cdot \vec{E}$ اشاره به این موضوع دارد که انرژی از رادار در محیط وارد شده است و سطح را گرمی کرد.

انرژی علامت $\frac{\partial u}{\partial t}$ می توان $\mu \dots$ به .

$$\int \frac{\partial u}{\partial t} \cdot -\vec{J} \cdot \vec{E} - \vec{\nabla} \cdot \vec{S} \rightarrow \text{آنتی مغناطیسی}$$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S} \rightarrow \text{آنتی گرمایی}$$

نکته در الکتروستاتیک کلاسیک، معادلات اینجی و پواسون، $\nabla \cdot \vec{E} = \rho$ و $\nabla \times \vec{E} = 0$ هستند. دلیل اینکه هیچ EM چهار معادله اینجی در طول مسیر اینها به معنای خود.



فصل دوم، در طول

$$\vec{E} = \frac{V}{l} \hat{a}_z \quad 0 < r < R$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \hat{a}_\phi \quad 0 < z < l$$

$$\vec{H} = \frac{I r}{2\pi R^2} \hat{a}_\phi$$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S}$$

فصل دوم، در طول

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{-IVr}{2\pi Rl} \hat{a}_r \quad 0 < r < R$$

با انرژی گرمی از وضع پخشش روی حجم سطح داریم.

$$-\frac{d}{dt} \int_V u \, dV = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} \, dV + \oint_S \vec{S} \cdot \vec{n} \, dA$$

بهمان زراتن دصیرات زاجی (حبابان چایا) ، $\frac{du}{dt} = 0$ ،
 لایه‌های گفن به‌مان داشتن می‌ان ایت .

$$\int_V \vec{J} \cdot \vec{E} \, dV = \int_V g E^2 \, dV = \int g \frac{V^2}{l^2} \, dV = \frac{g V^2}{l^2} A l$$

$$= \frac{g V^2 A}{l} , \quad A = \pi R^2$$

حبابی می‌تواند سگت

$$\frac{V^2}{l} = \frac{V^2}{R} = \sqrt{V \cdot I}$$

به‌مان سگت R و لایه الکتریکی سطح ایت .

$$\oint_S \vec{S} \cdot \vec{n} \, dA = \int \frac{-I V r}{2 \pi R^2 l} \hat{a}_r \cdot R \, d\phi \, dz \, \hat{a}_r$$

$$= \int_0^l \int_0^{2\pi} \left. \frac{V \cdot I \cdot r}{2 \pi R^2 l} \right|_{r=R} (-\hat{a}_r) \cdot R \, d\phi \, dz (\hat{a}_r) = -V \cdot I$$

دوطرفه

جواب اس دو انٹیگرال درجہ دو پوئینٹس دیس میں دیں گے۔ اس پر
انٹیگرال درجہ دو پوئینٹس دیس میں دیں گے۔

$$- \sqrt{7} + \sqrt{7} = 0 \quad \checkmark$$

یہ خواہم میں الیکٹریک و مغناطیسی راہیں بیان کر رہا ہوں۔ یہ تو اس کے
 حالات سے کہہ کر کہہ رہا ہوں۔

ان کے کہہ کر کہہ رہا ہوں اس کے کہہ کر کہہ رہا ہوں، وہ کہہ
 رہا ہوں $\vec{E}$ ، $\vec{H}$ کے کہہ کر کہہ رہا ہوں (وہ کہہ کر کہہ رہا ہوں)

Vector analysis Identity

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \times \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{D}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} = g \vec{\nabla} \times \vec{E} + e \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\hookrightarrow -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \vec{H} = -\mu g \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu e \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{H} - \mu e \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu g \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$$

حالات سے کہہ کر کہہ رہا ہوں
 و، کہہ کر کہہ رہا ہوں

اس کے کہہ کر کہہ رہا ہوں، اس کے کہہ کر کہہ رہا ہوں
 اس کے کہہ کر کہہ رہا ہوں

ہیں کہہ کر کہہ رہا ہوں، اس کے کہہ کر کہہ رہا ہوں

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \Rightarrow \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H})$$

صفر، کہہ کر کہہ رہا ہوں، اس کے کہہ کر کہہ رہا ہوں

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H})$$

$$\vec{B} = \vec{D} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \rightarrow \vec{E}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \mu g \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} - \underbrace{\mu e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}_{\text{آثار}} - \underbrace{\mu g \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{ضعیف}} = 0$$

آثار در این جا بخاطر خاصیت ϵ (یعنی رخ می دهد) و بخاطر
ضعیف نیست

حدهای حالت در دست آمده، بسته به دیکری هستند اما نمی توانیم از
این این دو حالت به حالات حاکمیت بدسیم. علت این است
که بخاطر فرایند مستقیم گیری، برخی حالات از دست می روند و این
همان حراب خارجی حالت دیرانبل است. باید از حالات
حاکمیت، شرایط و شرایطی استفاده کنیم.

مع خواص جاب طاقه دوزانيل پاي $\vec{E}$ ، انفرم سڀ و ڊي
 ۷ (۷۷۷) آڊم. ۷ دليل وجود ميدان مستاد، ۷ ڪوانٽم آن، انفرم
 ڊي لڳ ڌورو بنويم. البته اڳ ميدان غير مستاد ڊوڊ ۷
 صورت انگريال ڌورو ۷ ڌويم.

پاي ڊي مع EM ڪيسوي ڊي ڪام / ڊي ڦرڪاس
 ۷ ڪول از روش تحليل مٽر ڪا مٽل استعمال ڪرڻ ۷ ڊي
 تبديل ڪئي (ڊگائي ۷ ڪم مٽل) استعمال ۷ ڪيم.

بڻي زباني ۷ $\rho_m e^{-i\omega t}$ اسٽ.

$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}$ صورت ڪمي ان عبارت،
مٽل

حاصل ڇاڻي ڦرڪي اسٽ و
 ڪام ڇاڻي ڦرڪي، ۷ ڪام.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} [\vec{E}(\vec{r}, t)]$$

ڦرڪي
مٽل

دستی اولی تبدیل در مختلط انجام می دهیم ، پس ∇^2
 دلیل این که $\vec{r}$ زمانی در صفر مختلط از $\vec{r}$ زمانه ، می توانیم $\vec{r}$
 $\text{Re } \vec{r} \text{ یا } \text{Im } \vec{r}$ در دست آوریم.

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}]$$

$$- \mu g \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}) = 0$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$$+ i\omega \mu g \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} = 0$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + (\omega^2 \mu \epsilon + i\omega \mu g) \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

مختلط

مستقل از $\vec{r}$ کال

k^2

عبارت را k^2 می گوییم و معادله دیفرانسیل را حل می کنیم . این معادله
 هامیلتون (مغناطی) است.

ماهی خواصیات حالت را حل کنیم، صرما می خواصیات $\vec{E}$ جواب
را به دست آوریم و همین کافی است. الان جواب را برای $\vec{E}$ به دست
حالت (خلأ) به دست می آوریم.

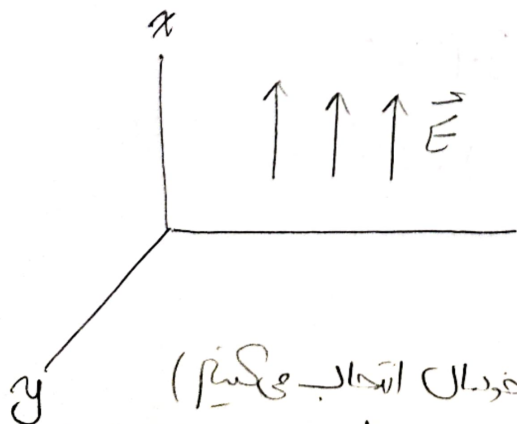
$$\xrightarrow[\text{خلأ}]{g=0} \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{we know}} \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \Rightarrow \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}, \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

نکته هر جا که g دانسته باشیم، $\vec{E}$ را می دهیم و موقع ضعیف

است. $\leftarrow$ ضعیف به جای $\vec{E}$ است.
 $\Rightarrow \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0$
 ضعیف به دست می آید.



$\vec{E}$ جواب در صفحه xoz را

می خواصیات پیدا کنیم $\vec{E}$ در z

چون x مقدار دارد. (البته این)

که جواب در همین x ثابت، از خود این انتخاب می کنیم

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_x(x, z) \cdot \hat{a}_x$$

چون اس کی بھی کتاب ہمارا نہ دستِ بیاد رہا ، چوں ہو سکے
 جواب خارجی سرا کیم ، اجابرا جاہد در حالہ ماکسول سبق گذرے
 جواب خارجی خاتم .

جاءه $\vec{D}, \vec{D}$ جي ڪم، نه ڪن اس جي اشار
مع داريم، اصلا جار الڪر جي جاڳا نٿو، پس

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \stackrel{!}{=} 0$$

$\hookrightarrow \frac{\partial E_x(x, z)}{\partial x} = 0$
 میدان E در جهت x و E در جهت z (این، اجابت می‌دهد)

صورتوں میں مسنونہ عیسیٰ کو، پس ہی کوں کہیں؟ عیسیٰ کا ہی ازخواب

$$\Rightarrow \sum_k f_k(z) \hat{a}_k \in \mathcal{N}$$

$$\hookrightarrow \nabla^2 E_x(z) + k^2 E_x(z) = 0 \quad \text{جواب این معادله}$$

$$\frac{d^2 \vec{E}_x}{dz^2} + k^2 \vec{E}_x(z) = 0$$

Uniten für U50
Uniten für U50 exp

$\vec{r}_1, \vec{r}_2$ و $\vec{r}_3$ کے لیے $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$ کی جگہ پر
 ان کے لیے $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$ کی جگہ پر

$$\vec{E}_x(z) = E_0 e^{\pm i k z}$$

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)$$

در صورت $+z$

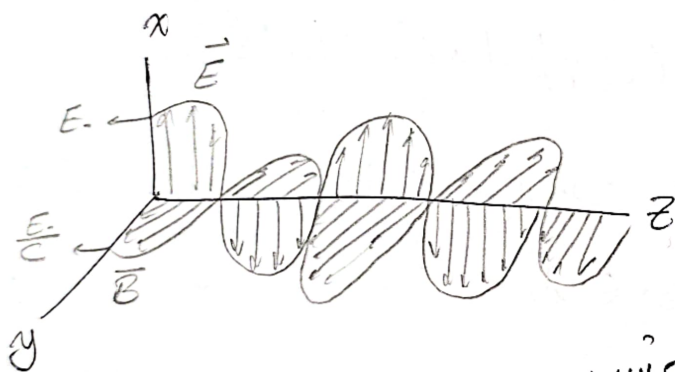
$$\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} = E_0 k \sin(\omega t - kz) \hat{y} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{مشتق می گیریم}$$

$\hookrightarrow \omega/c$

$$\Rightarrow \vec{B}(z,t) = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz) \hat{y}$$

در یک انتگرال زینت است

توجه کنیم که تقسیم c با این کوچکتر است از $\vec{B}$ نیست $\vec{E}$



الان حالت مع
جاذبه گرانش

معادلات ماکسول حل شد.

$$\vec{H}(z,t) = \frac{\vec{B}(z,t)}{\mu_0}$$

میزد μ_0

$$\hookrightarrow \vec{H}(z,t) = \frac{E_0}{\mu_0 c} \cos(\omega t - kz) \hat{y}$$

میزد

$$\mu_0 c = ? \rightarrow \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c} \rightarrow \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7}}{9 \times 10^9}} = 120\pi \approx 377$$

البته توجه کنیم که این کار اشتباه در اینجا مکرر است:

$$\eta = \frac{E}{H} \quad \text{و} \quad C \equiv \frac{V/m}{A/m} \equiv \Omega$$

معادلات ذرات خلاء

در معادلات ذرات برای خلاء در نظر می‌گیریم (البته نه فقط خلاء) و نه حرکت هر جمع EM آن را نسبت می‌دهیم تا بتوانیم مقدار انرژی لازم برای انتقال جمع را توصیف کنیم، نه آن اساسی می‌گیریم.

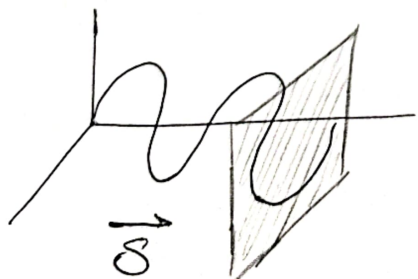
ذرات برای توان انتشار جمع داریم:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

انتشار توان در واحد سطح

$$= \frac{E_0^2}{\eta} \cos^2(\omega t - kz) \hat{a}_z$$

مثلاً در صفحه جلوی جمع می‌گذاریم، و می‌خواهیم توان S را اندازه بگیریم.



نکته: انتگرال از S در سطح صفحه می‌گیریم، و توانی که در حال انتشار تولید جمع است را به دست می‌آوریم.

این توان می تواند ایجاد گرما کند (مثلا نور مرئی را از خورشید
به زمین رساند، پس منتقل کند)

امپدانس

به همان طریقی که η را در خلاء جابجیم $\vec{E}$ و $\vec{H}$ به نسبت از هم جدا می شوند و می در حالت کلی می توانیم این کار را انجام دهیم.

$$\eta = \frac{|\vec{E}(\vec{r}, t)|_{\text{خازور}}}{|\vec{H}(\vec{r}, t)|_{\text{خلاف}}} \quad \text{به طور کلی داریم:}$$

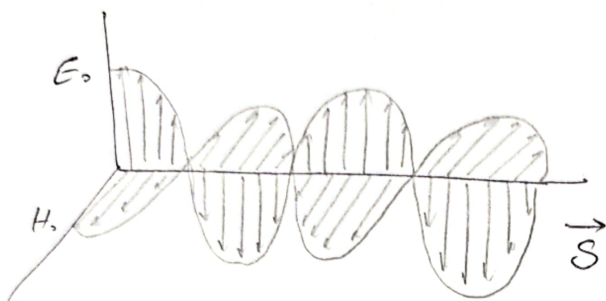
$$\eta = \frac{E_0 e^{i(\omega t - kz)}}{H_0 e^{-i(\omega t - kz)}} = \frac{E_0}{H_0} = \mu_0 c \quad \text{در خلاء:}$$

$$L = \frac{E}{\mu_0 c}$$

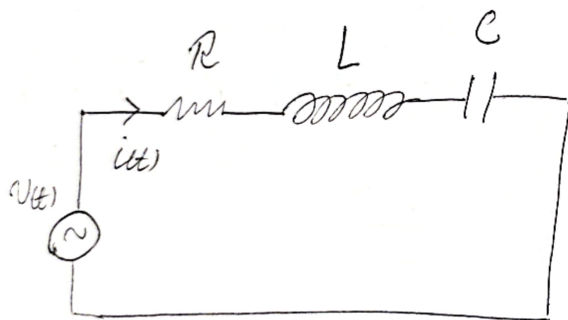
امپدانس محول پای self و خازل است.

یکی منبع موج EM پای این که ارسال شود و راجع قاجی
- بخواهد برود، نیاز به انجام کار دارد که این کار توسط منبع انجام
می شود (مانند آنتن و سیم پیچ)

۱- امپدانس، راکتانس و سکتانس را بیان کنید و با یکدیگر چه رابطه‌ای دارند؟
 بیان کنید.



$$\vec{E} \equiv \frac{V}{m} \quad \vec{H} \equiv \frac{A}{m} \Rightarrow \vec{S} \equiv \frac{VA}{m^2} = \frac{W}{m^2} \equiv P$$



سوال (۳)

$$V(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$\Rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = R \frac{di(t)}{dt} + L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{i(t)}{C}$$

$$\Rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t)$$

$$V(t) = V_0 \cos \omega t \Rightarrow V(t) = \operatorname{Re}(V_0 e^{i\omega t})$$

$$\hookrightarrow \underline{V_1(t)} = V_1 e^{i\omega t}$$

$$V(t) = V_0 \sin \omega t = V_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

: (پس)

$$= \operatorname{Re}\left(\underbrace{V_0 e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}}_{V_1(t)}\right) = \underbrace{V_0 e^{-i\frac{\pi}{2}}}_{V_1} e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow V_1(t) = V_1 e^{i\omega t}$$

برای (پس) از اعداد مختلط

مختلط، $\bar{z}$ و $\frac{1}{z}$ و $\frac{1}{\bar{z}}$

: (پس) $V(t)$ ، $i(t)$ (مختلط) و $\bar{V}(t)$ ، $\bar{i}(t)$ (مختلط)

$$\frac{dV(t)}{dt} = L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1(t) = V_1 e^{i\omega t} \\ i_1(t) = I_1 e^{i\omega t} \end{cases}$$

$$L \cdot I_1 (i\omega)^2 e^{i\omega t} + R I_1 (i\omega) e^{i\omega t} + \frac{1}{C} I_1 e^{i\omega t}$$

$$= V_1 (i\omega) e^{i\omega t}$$

$$V_1(t) = V_1 C \cos t + \underline{V_1 i S \sin t}$$

ی توانیم این ها را باز کنیم:

$$i_1(t) = I_1 C \cos t + \underline{I_1 i S \sin t}$$

قسمت های $S \sin t$ و $C \cos t$

و ولتاژ های $\cos$ و $\sin$

و قسمت های $C \cos t$ و ولتاژ $\sin$ (حقیقی) $\sin$ و $\cos$ های

و $\sin$ (حقیقی) $\cos$ و ولتاژ $\sin$ (حقیقی) $\sin$ و $\cos$ های

تبدیل فاز (فاز) و تغییر فرکانس

حال در این رابطه $i \omega L$ و $\frac{1}{i \omega C}$ داریم

$$L I_1 i \omega + R I_1 + \frac{1}{C} \frac{I_1}{i \omega} = V_1$$

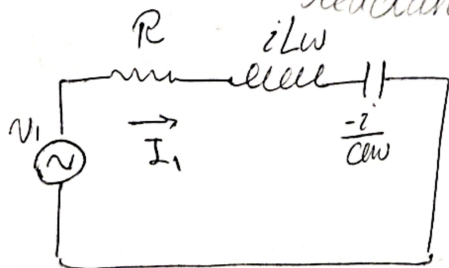
$$\hookrightarrow V_1 = \left(R + i \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right) \right) I_1$$

$Z \rightarrow \text{Impedance}$ (مقاومت)

$$V_1 = Z \cdot I_1 \rightarrow Z = R + i \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)$$

inductive
reactance

$\frac{1}{C \omega}$ capacity
reactance



ی توان گفت Z در مدار

ن صورت مقابل است:

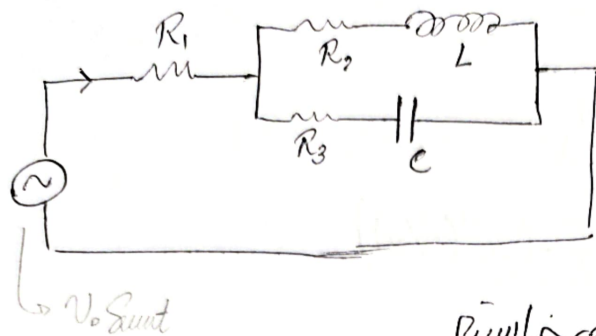
به تعداد $self$ ها برده. محادله افزاینده می‌کند و مسئله خیلی
سودن می‌شود. این تبدیل خیلی راحت تر است.

هم چنین PM محادله و جواب تا حدودی بستگی به ولتاژ ورودی دارد.
اگر ولتاژ ورودی PM $Count$ باشد، به از تبدیل هم جواب هستی
داریم. اما اگر PM Sin باشد، به از تبدیل $\frac{1}{2}$ به هم
در کنار جواب قرار خواهد گرفت.

امید است که عامل خارجی است که در حال خالص است یا
حرکت موج EM . مشاهده حالتی که جریان خارج می‌دارد. هیچ
وجود ندارد و صرفاً نسبت است می‌دهیم. این معادله هم وجود
ندارد و صرفاً نسبت می‌دهیم و مایل اندازه گیری نیست.

این‌ها واقعی نیستند، ولی به این محادله رو توصیف می‌کنند.

می‌توان گفت که RC ، رسانای خوب را می‌توان محادل RC
در نظر گرفت.



مسئله ۱

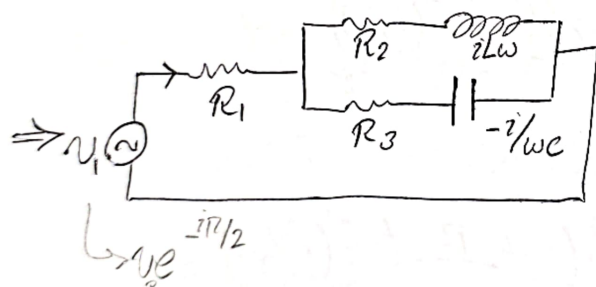
این مدار را با توانی داده شده
خوبی راحت حل می کنی

و بی ادبی معادله دفرانسیل می خواستی

حل کنی خوب سختی می خورد.

$$V_0 \sin \omega t = V_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\hookrightarrow \text{Re} \left(V_0 e^{i(\omega t - \pi/2)} \right) = \text{Re} \left(V_0 e^{-i\pi/2} e^{i\omega t} \right)$$



V_1

I_1 ؟

$$\hookrightarrow Z = R_1 + \frac{(R_2 + iL\omega)(R_3 - \frac{i}{\omega C})}{R_2 + iL\omega + R_3 - \frac{i}{\omega C}}$$

$$\hookrightarrow Z = \alpha + i\beta \rightarrow I_1 = \frac{V_1}{Z} \Rightarrow I_1 = \frac{V_0 e^{-i\pi/2}}{\alpha + i\beta}$$

$$I_1 = \frac{V_0 e^{-i\pi/2}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{i \tan^{-1}(\beta/\alpha)}}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}(\beta/\alpha)\right)}$$

$$\hookrightarrow i(t) = \operatorname{Re}(I_1 e^{i\omega t})$$

$$= \operatorname{Re}\left(\frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}(\beta/\alpha)\right)} e^{i\omega t}\right)$$

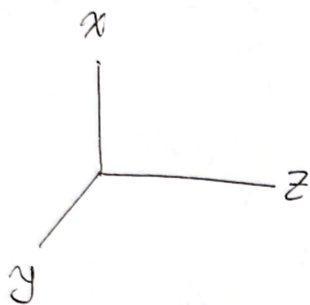
$$\Rightarrow i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}(\beta/\alpha)\right)} e^{i\omega t}$$

$$\hookrightarrow i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(\beta/\alpha)\right)$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1}(\beta/\alpha)\right)$$

می‌توانیم برای استفاده از روش فازوری از سری فوریه استفاده کنیم و بعد از اون ها به فرم $e^{j\omega t}$ یا $e^{-j\omega t}$ بنویسیم (می‌توانیم یکی تابع با دوره تناوب 2π را بنویسیم)

برای حل $\vec{E}$ در صورتی که در حال انتشار به سمت راست باشد جواب ساده است
 حال می خواهیم برای حبه غیر خالص جواب ساده کنیم.



حبه نازک $g \approx 0$

$$\mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0 K$$

در جهت z انتشار می کند

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_x(z, t) \hat{a}_x \quad \text{فرض}$$

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + (\omega^2 \mu \epsilon + i \omega \mu g) \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (I)$$

$$\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 K \rightarrow \omega^2 \mu \epsilon \gg \omega \mu g \rightarrow g \ll \omega \epsilon$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 E_x(z)}{dz^2} + k^2 E_x(z) = 0 \quad \text{ضرب در } K \text{ و } n$$

$$k = \frac{\omega}{c'} = \frac{\omega}{c/\sqrt{K}} = \frac{\omega}{c/n} \rightarrow k = \frac{n\omega}{c}$$

ضرب در K و n از حل PDE می آید

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 K$$

برای حبه نازک

$$= \frac{\omega^2}{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 K}} = \frac{\omega^2}{c'^2} \rightarrow c'^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 K} \Rightarrow c' = \frac{c}{\sqrt{K}} = \frac{c}{n}$$

$$(I) \rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\pm i k z}$$

$$E_x(z, t) = E_x e^{-i \omega t} = E_0 e^{-i \left(\omega t \mp k z \right)}$$

حالا
 $\frac{\omega}{k} = \frac{v \omega}{\omega} = \frac{v}{c}$

$$\left| E_x(z, t) \right| = \text{Re} [E_x(z, t)]$$

مقدار
حالا

$$\Rightarrow E_0 \cos(\omega t \mp k z)$$

حالا که خاصیت ریاضی نداره

چون، تحلیل نمیشه به حیطه خلاصه دارد، فقط اینجا سرش جمع EM
 خاصیت پیدا کردن موجی که k ضریب دی الکتریک و k عدد جمع
 است.

نکته از حوزه پهنای تری فرکانس ها تا UV در حوزه الکترودینامیک
 کلاسیک هستیم. در این گستره فرکانس (بالا تر از UV)
 کم کم خاصیت های کوانتومی خودش را نشان می دهد.

نکته هم از ناحیه در روشن های سری بسیار ادین گشته است و
 سعی می کنیم آن را حذف کنیم.

می توان گفت که $g \neq 0$ است، اما اندازه $\omega \mu \epsilon$ بسیار
 بزرگتر از $g \mu \epsilon$ است. به همین دلیل می توانیم از آن جمله در حل
 معادله صرف نظر کنیم.

$$\omega \mu \epsilon \gg g \mu \epsilon$$

$$\rightarrow g k \omega \epsilon \rightarrow \overline{\epsilon}, \epsilon, k$$

درستی یک عایق خوب

یعنی که یک عایق خوب، هر دو خاصیت را دارد (هم g و هم k)
 اما خاصیت عایقی آن غالب است.

هم چنین با افزایش فرکانس (ω) این رابطه به نفع خاصیت
 خازنی است.

انزاسی فرکانس و خازنی

مبنی بر این است که با ولتاژ بالا خطای است، و در آن AC دین خطای
 نیست، ولی اگر DC باشد خطای تو. اگر $150mA$ جریان DC از
 آن عبور کند، دین تبدیل به دین می شود. با افزایش فرکانس،

در این حالت، "تصویر مجازی" از شیء دهده و

این تصویر مجازی با جالا (من مرکز کاس) از آن می‌تابد و

چون هیچ‌کس در آن نقطه‌ای نیست، پس جالب است که الکتریکی

می‌تواند. در این، دو قطب‌های مخالف می‌کشند که باعث می‌شود وی نه

آن مقصد درونی نمی‌تواند، در نتیجه انرژی آزاد می‌کند. این آزادسازی

انرژی همان تصویر مجازی است. هر چه مرکز کاس از آن می‌تابد،

مکان‌های دو قطب‌های الکتریکی از آن می‌تابد و خاصیت عالی

خودش را نیز نشان می‌دهد و حالتی تری نه و این موضوع تا جایی ادامه

بیا می‌کشد که بین دیگر ما را نمی‌گیرد، زیرا از آن می‌تابد و از آن

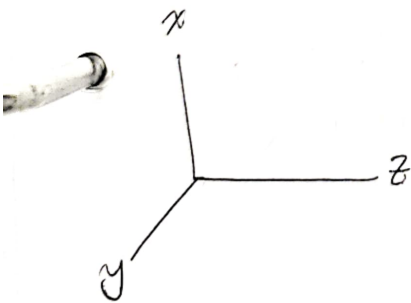
آسان تبدیل به یک حالتی تری است. حالا اگر خود را بچرخانیم، بین

ما را نمی‌گیرد؟ زیرا مرکز کاس بسیار بالاست و زمین حالتی می‌تواند

خط آسان

مع در صفحه xy متشکل می‌شود

میان الکتریکی در راستای محور x است



$$\nabla^2 E(\vec{r}) + k^2 E(\vec{r}) = 0$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E}_x(z) + k'^2 \vec{E}_x(z) = 0 \quad k' = \sqrt{i\omega\mu\epsilon}$$

$$\hookrightarrow \frac{d^2 \vec{E}_x(z)}{dz^2} + k'^2 \vec{E}_x(z) = 0$$

$$\Rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\pm i k' z} = E_0 e^{\pm i \sqrt{i\omega\mu\epsilon} \cdot z}$$

$$i\omega\mu\epsilon = \omega\mu\epsilon e^{\frac{i\pi}{2}} \quad \text{عنوان، ابدال، انحصار، زاوية}$$

$\hookrightarrow$ فاز

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{i\omega\mu\epsilon} = \sqrt{\omega\mu\epsilon} \sqrt{e^{i\frac{\pi}{2}}} = \sqrt{\omega\mu\epsilon} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow E_0 e^{\pm i \sqrt{\omega\mu\epsilon} e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot z}$$

$$\hookrightarrow e^{i\frac{\pi}{4}} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow E_0 e^{\pm i \sqrt{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) z}$$

$$\Rightarrow E_0 e^{\pm i \sqrt{\omega \mu g / 2} (1+i) z}$$

$$\Rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\mp \sqrt{\omega \mu g / 2} \cdot z} e^{\pm i \sqrt{\omega \mu g / 2} \cdot z}$$

$$\Rightarrow E_x(z, t) = E_x(z) e^{-i \omega t}$$

$$\Rightarrow E_0 e^{\mp \sqrt{\omega \mu g / 2} \cdot z} e^{-i(\omega t \mp \sqrt{\omega \mu g / 2} z)} \quad (I)$$

$$E_x(z, t) \Big|_{\text{Sij}} = \text{Re}[(I)]$$

$$\Rightarrow E_x(z, t) = E_0 e^{\mp \sqrt{\omega \mu g / 2} \cdot z} C(\omega t \mp \sqrt{\omega \mu g / 2} z)$$

vak

$$\Rightarrow E_x(z, t) \Big|_{\text{Sij}} = E_0 e^{-kz} C(\omega t - kz)$$

$$f = 10^7 \text{ Hz}$$

$$\delta = 1 \mu\text{m}$$

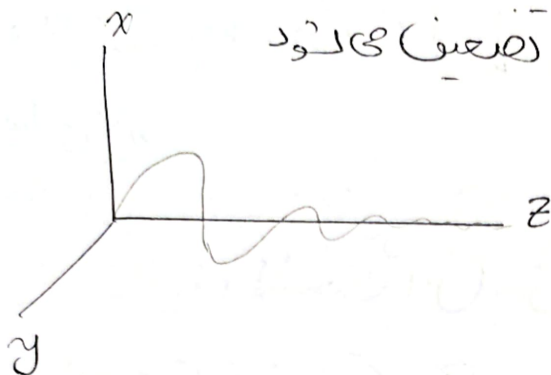
$$K = \frac{\omega}{v} \quad \delta = 38 \mu\text{m}, \quad \lambda = 0.24 \text{ mm}$$

$$v \approx 720 \text{ m/s}$$

$$\sqrt{\frac{\omega \mu g}{2}} = \frac{\omega}{v} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu g}}$$

$f = 3 \text{ MHz} = 3 \times 10^6 \text{ Hz}$
 $g = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$
 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

نکته: e^{-kz} در (اینها) باعث تضعیف می شود



$$k = \sqrt{\omega \mu \sigma} / 2$$

افزایش σ یا μ باعث کاهش k می شود

افزایش σ یا μ باعث تضعیف بیشتر می شود.

کلا هر چقدر σ و μ افزایش یابند، باعث تضعیف می شود.

$$e^{-kz} \text{ می توانیم } k \text{ را بنویسیم.}$$

$$|1 - k\delta| \Rightarrow k\delta = 1$$

$$\hookrightarrow k = \frac{1}{\delta} \rightarrow \delta = \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} \cdot \delta = 1, \omega = 2\pi f$$

$$\hookrightarrow \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}, \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

δ یعنی نفوذ - یعنی پوست (skin depth) می گویند.

به ازای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ($\delta z, \frac{1}{k}$) ، $\vec{E}$ و $\vec{B}$ کلش
 مساوی کند.

نکته کافیست که اولا برای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ تفاوت را ارضا کند ، پای هم
 ساده ای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ فرق می کند ، حتی می توان $\vec{E}$ ها را از $\vec{B}$ ها
 که هستند بیشتر حالی کرد ، ولی این طور استحکام از دست
 می رود.

نکته برای فرکانس های بالاتر از جسی پلانک $\vec{E}$ و $\vec{B}$ می تواند
 وکی لای قوه روی $\vec{E}$ و $\vec{B}$ و درجه 1 ای 2 μm قوه
 کوانتی می کند.

می توانیم از $\vec{E}$ و $\vec{B}$ جواب $\vec{E}$ ، $\vec{B}$ را نیز بدست آوریم

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{dE_x(z,t)}{dz} \hat{a}_y = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{B}(z,t) = E_0 \frac{k}{\omega} e^{-kz} [\sin(\omega t - kz) + \cos(\omega t - kz)] \hat{a}_y$$

$$\Rightarrow \vec{B}(z,t) = \frac{E_0}{v} e^{-kz} \left[\sin(\omega t - kz) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\omega t - kz)\right) \right] \hat{a}_y$$

این دو سینوس هم فاز هستند

$$\sin p \pm \sin q = 2 \sin\left(\frac{p \pm q}{2}\right) \cos\left(\frac{p \mp q}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{B}(z,t) = \frac{E_0}{v} e^{-kz} \times 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right) \hat{a}_y$$

$$\Rightarrow \vec{B}(z,t) = \frac{E_0 \sqrt{2}}{v} \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right) \hat{a}_y$$

$\vec{B}$ در جهت y ، $\vec{E}$ در جهت z است، اینها هم فاز هستند هر دو با

e^{-kz} کاهش پیدا می کنند.

$\vec{B}$ هم مانند $\vec{E}$ دارای کمی نفوذ است اما آن را به عنوان کاهش است

می نود. در نهایت، ترکیب $\vec{E}$ و $\vec{B}$ را می توان نوشت به صورت

از $\vec{B}$ و $\vec{H}$ ، $\mu_0 \vec{H}$ و $\vec{B}$ را

$$\vec{H}(z,t) = \frac{E_0 \sqrt{2}}{\mu_0 \nu} e^{-kz} \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}) \hat{a}_y$$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$z = S \rightarrow \begin{cases} H \propto e^{-1} \simeq 37\% \\ E \propto e^{-1} \simeq 37\% \\ S \propto e^{-2} \simeq 13\% \end{cases}$$

حال η را حساب کنید

$$E_x|_{\text{مقدار}} = E_0 e^{-kz} e^{-i(\omega t - kz)}$$

$$H_y|_{\text{مقدار}} = \frac{E_0 \sqrt{2}}{\nu \mu_0} e^{-kz} e^{-i(\omega t - kz - \frac{\pi}{4})}$$

$$\eta = \frac{|E_x|_{\text{مقدار}}}{|H_y|_{\text{مقدار}}} = \frac{\mu_0 \nu}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4}$$

$$= \frac{\mu_0 V}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

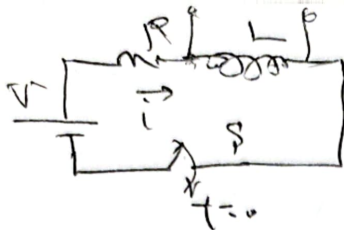
$$\Rightarrow \eta = \frac{\mu_0 V}{2} (1-i) = \frac{\mu_0 W}{2k} (1-i)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{\mu_0 W}{2\sqrt{\mu_0 g l_2}} (1-i)$$

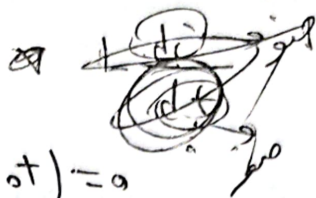
$$\eta = (\quad) (1-i)$$

هے سہجہ با

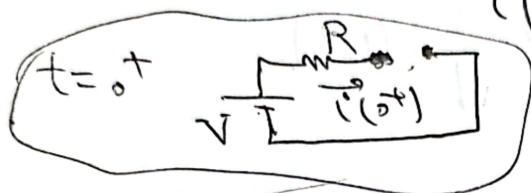
رہائی خوب محل با سہجہ RL اسے



$$t=0^- \Rightarrow i(0^-) = 0$$



$$i(0^+) = 0$$



$$V_L(0^+) = V$$

$$i(0^+) = 0$$

$$V = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{L}$$

$$e^{i\omega t} \rightarrow iL\omega$$

$$e^{i\omega t} \rightarrow \frac{-i}{\omega C}$$

$$e^{-i\omega t} \rightarrow iL\omega$$

$$e^{-i\omega t} \rightarrow \frac{i}{\omega C}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho$$

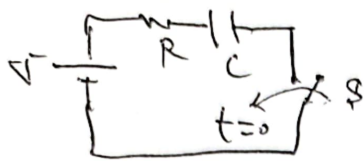
Quasi-magnetostatic (Quasi-magnetostatische)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0, \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



($t > 0$)

$$v_c(t) = V(1 - e^{-t/RC}) \quad (t > 0)$$

$$\left| \frac{-\tau}{RC} \right| = 1 \Rightarrow \tau = RC$$

$$v_c(t) = V(1 - e^{-t/\tau})$$



$$t = \tau \Rightarrow v_c = V(1 - e^{-1}) = 0.63V$$

$$t = 2\tau \Rightarrow v_c = V(1 - e^{-2}) = \dots$$

$$t = 3\tau \Rightarrow v_c = V(1 - e^{-3}) = \dots$$

$$t = 4\tau \Rightarrow v_c = V(1 - e^{-4}) \approx 0.98V$$

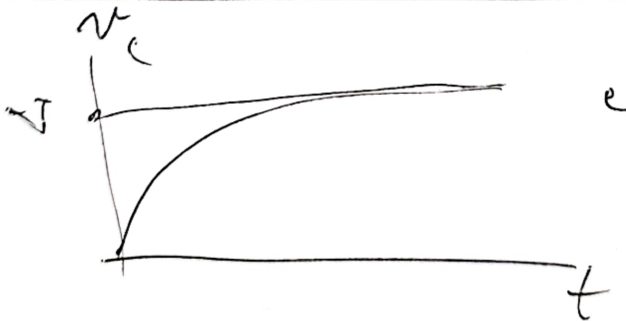
$$\frac{-K\tau}{\epsilon}$$

$$|-K \cdot \delta| = 1 \Rightarrow K = \frac{1}{\delta}$$

$$-\tau/\delta$$

$$\tau = \delta \Rightarrow e^{-1} \approx 0.37$$

$$\tau = 2\delta \Rightarrow e^{-1} \approx e^{-2} \approx 0.13$$

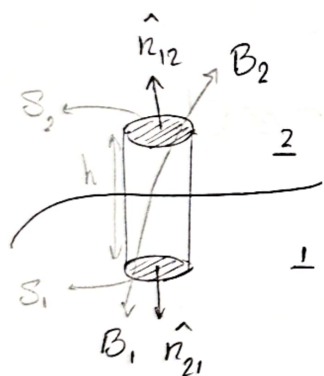


$$\eta = \frac{E_x | \text{حد} }{H_y | \text{حد} } = \frac{\mu_0 v}{\sqrt{2}} e^{-iR/4} = \frac{\mu_0 \omega}{k\sqrt{2}} e^{-i\frac{R}{4}}$$

$$= \frac{\mu_0 \omega}{\sqrt{\omega \mu_0 / g} \cdot \sqrt{2}} e^{-iR/4} = \sqrt{\omega \mu_0 / g} e^{-iR/4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2g}} (1-i) \xrightarrow{\omega = 2\pi f} \sqrt{2\pi f \mu_0 / g} (1-i)$$



نکته: مرزهای مغناطیسی

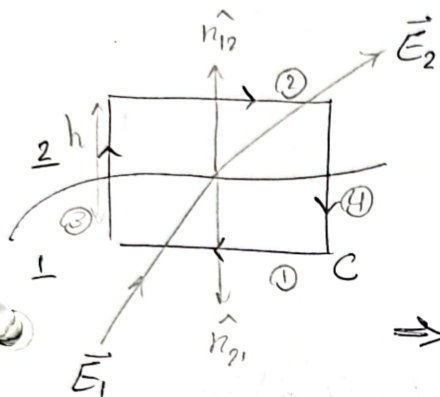
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\hookrightarrow \int_{S_1} + \int_{S_2} + \int_{\text{سطح جانبی}} = 0$$

هزاره مغناطیسی در سطح مرز مغناطیسی دو خط قرار می‌گیرد. این باعث می‌شود که در سطح جانبی‌ای رابطه بارها، پس از انتقال (دری سطح جانبی) مغناطیس

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{n}_{12} \cdot \Delta A + \vec{B}_1 \cdot \hat{n}_{21} \cdot \Delta A = 0$$

$$\hat{n}_{12} \cdot \hat{n}_{21} (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \hat{n}_{12} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 = \vec{B}_2$$



نکته: در این مسئله، میدان مغناطیسی یکسان است.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

خط 3 و خط 4 از این دو سطح موازی هستند و در جهت مخالف هستند.

h، از دو سطح موازی و در جهت مخالف هستند، 3 و 4 از این دو سطح موازی هستند.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

حالات ماکسول

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \text{I}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{II} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\xrightarrow{\text{I, II}} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \Rightarrow \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \phi$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \underbrace{\nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}}_{\nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

$$\Rightarrow \nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t}) = \mu \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

در این معادله:

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{A} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}$$

پس می‌توان گفت $\vec{A}$

در محادلات معادلات موج می‌گردد

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \rightarrow \epsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho \quad \text{I}$$

که ϕ هم می‌توان گفت

$$\vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{II}$$

$$\xrightarrow{\text{I, II}} \epsilon \vec{\nabla} \cdot \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \rho$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -\rho / \epsilon$$

$$\xrightarrow{\text{در این معادله}} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -\mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \phi - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\rho / \epsilon$$

بنابراین ϕ در محادلات مع

معادلات موج می‌گردد

تکانه مکان $\mu \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$ در حالات مستعمل از زمان صفر است و

و همان $\rho / \epsilon - \nabla^2 \phi$ است.

هم چنین در میان های مستعمل از زمان ، در بار توزیع به ترتیب کولن

تبدیل می شود

حل ساده معادله ها

$$\nabla^2 \phi - \underbrace{\mu \epsilon}_{1/c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\rho / \epsilon$$

پتانسیل اسکالر

مای خلا در نظر گرفته می شود ، زیرا

تابش اصولاً مای هوا رخ می دهد و هوا نسبت به جایی که خلا دارد

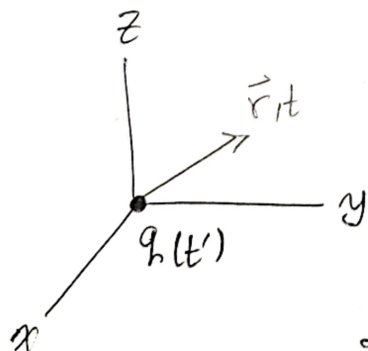
$$\Rightarrow \nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\rho / \epsilon$$

ϕ تابع از زمان و مکان

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\rho / \epsilon$$

$\rho(\vec{r}, t)$

است ، پس داریم



بارهای q, a, d در میان های خلا

قرار دارد . این بار نسبت به زمان

تغییر می کند . می خواهم میان های الکتریکی و

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

در فضای $\mathbb{R}^n$ از مبدأ مختصات $(\vec{r} \neq 0)$ جاذبه الکتریکی وجود ندارد

$$\rho(\vec{r}, t) = 0 \Rightarrow \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad \text{Cw}$$

جادو زنا (گش) دستگاه حساب کروی، مقوم می شود Φ
مستقل از φ و θ ندارد (فعال کروی)

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi_{\text{unit}}}{\partial r} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi_{\text{unit}}}{\partial t^2} = 0$$

تقسیم $\rightarrow \phi(r,t) = \frac{u(r,t)}{r}$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u(r,t)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(r,t)}{\partial t^2} = 0$$

$\xrightarrow{\text{plus plus}} w, r+ct, v, r-ct$

حل دال الابر

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial w^2} - 2c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial w \partial v}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial v \partial w} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial u}{\partial w} \right) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial w} = g_1(w) \Rightarrow u(r,t) = g(uw) + f(v)$$

$$\Rightarrow u(r,t) = f(r-ct) + g(r+ct)$$

فرض کنیم $g(r+ct)$ را صفر بگیریم

$$\Rightarrow u(r,t) = f(r-ct)$$

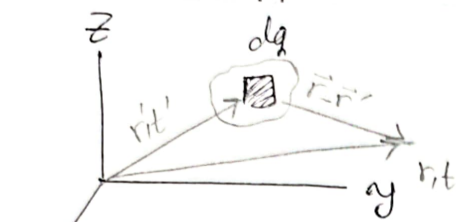
$$\begin{aligned} \phi(r,t) &= \frac{u(r,t)}{r} = \frac{f(r-ct)}{r} = \frac{f[-c(t-\frac{r}{c})]}{r} \\ &= \frac{F(t-r/c)}{r} \end{aligned}$$

بار q در مسافت r پخش می‌شود
 $\bar{\rho}_i$ بار، $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

بار نقطه‌ای بارهای تعریف کننده در این صورت دارند

$$\phi(r,t) = \frac{q(t-r/c)}{4\pi\epsilon_0 r}$$

حال اگر ρ توزیع بار دانسته باشیم.



$$d\phi(\vec{r}, t) = \frac{dq(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{4\pi\epsilon_0 \cdot |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\Rightarrow \phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}) \cdot dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c} \Rightarrow \phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}', t') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

بنابراین جواب ϕ پتانسیل اسکالر تأخیر یافته گفته می شود و نه t نیز زمان تأخیر یافته گفته می شود.

پتانسیل برداری

ن طریق مشابه پتانسیل اسکالر، برای پتانسیل برداری عمل می کنیم.

$$\epsilon \rightarrow \frac{1}{\mu_0}, \quad \rho(\vec{r}', t') \rightarrow \vec{J}(\vec{r}', t')$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r}, t)$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

که $\vec{A}$ پتانسیل برداری تأخیر یافته می‌باشد

تصیر فیزیکی زمان تأخیر یافته، همان زمانی است که از زمان وقوع
است. (مثلاً نور خورشید ۸ دقیقه و ۲۰ ثانیه طول می‌کشد تا به زمین برسد).
این تأخیر زمانی که در معادله (t) به جای t می‌نویسیم، همان تأخیر
زمانی $\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$ است که در معادله (t) به جای t می‌نویسیم، همان تأخیر
زمانی است.

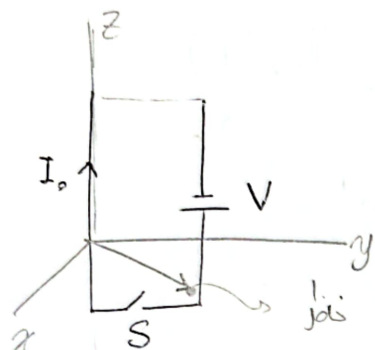
$$t' = t + \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$$

و این جواب همان افتاد زمان دارد و فیزیکی نیست

در پتانسیل‌های تأخیر یافته، $\vec{J}$ همان متغیر جاری و ρ جاری
جریان (تراکم بار) است. به عنوان مثال در الکتریسیته
محیطی (مثلاً در آنتن‌های رادیو) همان $\cos \omega t$ است.

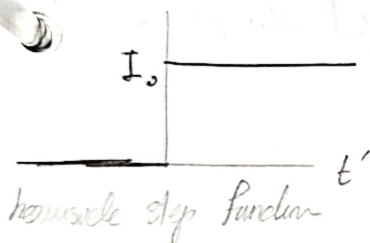
مسئله سیم طولی داریم. در لحظه $t=0$

کلید را می‌بندیم. میان الکتریکی و مغناطیسی را درضا بسازیم



$$I(t') = I_0 \quad \text{if } t' > 0$$

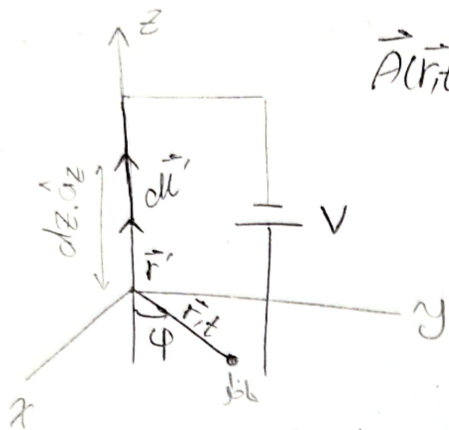
$I(t')$



مای تفره فایزوسی ای که به حالت تغییرات
در یک زن کلید در یک لحظه رخ داده، می‌توانیم
دری فزونی مای آن تفره بنویسیم و می‌بینیم
که جلات بسیار زیادی موجب $\sin$ و

$\cos$ موجب می‌شود. این دتاها با هر چه متغیلات هستند $(\sin(\omega t))$
و این یعنی تمام فرکانس‌ها را در اوس فایزوسی داریم. این دری
هنگام است و تدره دیگره ایجاب می‌کند که همگرا بمانند. یعنی هر چه
حلقه‌تر مرسوم این فرکانس‌ها کوچکتر می‌شوند و دامنه کاهش پیدا
می‌کند.

هم چنین اگر دری را در کنار کلید قرار دهیم و دری فرکانس AM
تفصیل کنیم، را در دهی از این فرکانس‌ها را در دهی می‌کند و نه
صوت با ازانیت دریافت می‌شوند. کلید را خاموش کنیم هم دهی
اتقان می‌ماند.



$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad t > 0$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I(\vec{r}', t') d\vec{l}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$$

$$\vec{r}' = z \hat{a}_z$$

$$d\vec{l}' = dz \cdot \hat{a}_z$$

$$\vec{r} = r \cos \phi \hat{a}_x + r \sin \phi \hat{a}_y$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = r \cos \phi \hat{a}_x + r \sin \phi \hat{a}_y - z \hat{a}_z$$

$$\Rightarrow |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 + z^2} \Rightarrow t' = t - \frac{\sqrt{r^2 + z^2}}{c}$$

پای فوئسن پائیل پدای تاخر حافه ر و $t > 0$ پپار و

$$\int \frac{I_0 d\vec{l}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \text{ بنوسیم، پس}$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \int \frac{dz \hat{a}_z}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

در این مسئله $t > 0$ و z از 0 تا $\sqrt{c^2 t^2 - r^2}$

$$t - \frac{\sqrt{r^2 + z^2}}{c} > 0 \Rightarrow t > \frac{\sqrt{r^2 + z^2}}{c}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{c^2 t^2 - r^2} < z < \sqrt{c^2 t^2 - r^2}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \hat{a}_z \int_{-\sqrt{c^2 t^2 - r^2}}^{\sqrt{c^2 t^2 - r^2}} \frac{dz}{\sqrt{r^2 + z^2}} \rightarrow \text{کلیه چیزها را به هم می‌زنیم}$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{a}_z \int_0^{\sqrt{c^2 t^2 - r^2}} \frac{dz}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{a}_z \ln \left(\sqrt{r^2 + z^2} + z \right) \Big|_0^{\sqrt{c^2 t^2 - r^2}}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{a}_z \ln \left(\frac{ct + \sqrt{c^2 t^2 - r^2}}{r} \right)$$

در این مسئله ρ دایره‌ای است، $\vec{A}$ در جهت $\hat{a}_z$ است، $\vec{B}$ در جهت $\hat{a}_\phi$ است.

این جا باری هیچ جایی را نمی‌بینیم، و بار اضافی ای در این جا نداریم.

قرار ندارد، بلکه همان کاری که بار دارد، همان قدر که بار دارد.

$$\Rightarrow \rho_{\perp 0} \Rightarrow \phi(\vec{r}, t)_{\perp 0}$$

→ ۳۳

$$\vec{E}(\vec{r}, t)_{\perp} = -\vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \frac{-\partial A(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(\vec{r}, t)_{\perp} = \frac{-\mu_0 I_0 c}{2\pi \sqrt{c^2 t^2 - r^2}} \hat{a}_z \rightarrow \text{این الکترون در طول زمان}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t)_{\perp} = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}, t)$$

$$\Rightarrow \vec{B}(\vec{r}, t)_{\perp} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \frac{ct}{\sqrt{c^2 t^2 - r^2}} \hat{a}_{\varphi}$$

در این حالت از بس که I_0 و c ثابت است و $t \rightarrow \infty$

$$t \rightarrow \infty$$

حالت پایدار می شود.

$$\hookrightarrow \vec{B}(\vec{r}, t)_{\perp} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \frac{c(\infty)}{\sqrt{c^2(\infty)^2 - r^2}} \hat{a}_{\varphi}$$

$$\Rightarrow \vec{B}(\vec{r}, t)_{\perp} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \hat{a}_{\varphi}$$

این حالت پایدار است و در طول زمان تغییر نمی کند.

$$\Rightarrow \vec{E}_{\perp 0}$$

طول درون سطح به سمتی اندازه سطح بیشتر از دایره ما پار
 ملاحظه $\vec{F}$ است

تکامل میدان الکترومغناطیسی

در نظر می گیریم که در میدان الکترومغناطیسی مقداری جاری داریم. در این
 بار جریان می تواند جاری و اندازه دایره است. در این واحد
 میدان های الکترومغناطیسی داریم: لورنتز

$$d\vec{F} \cdot d\vec{q}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow \vec{F} \cdot \int d\vec{q}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\xrightarrow{V} \vec{F} \cdot \int_V \rho(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) dV$$

$$= \int_V [\rho \vec{E} + \rho \vec{v} \times \vec{B}] dV$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \int_V \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} dV \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

از قانون آمپر - ماکسول (پایه)

$$\hookrightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

نتیجه

$$\Rightarrow \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

(1) into (2)

$$\longrightarrow \vec{F} = \int \left[\rho \vec{E} + \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B} \right] dV$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{B}) = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B} + \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

← برعکس

$$\hookrightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B} = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{B}) - \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \int \left[\rho \vec{E} + \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{B}) + \epsilon_0 \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] dV$$

این جمله را به صورت یک مشتق زمانی از انرژی میدان (پایه)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}_m}{dt}$$

انتقال پست نه سال است
تصورات اندازه های گاهی جار

$$\rightarrow \frac{d\vec{p}_m}{dt} + \frac{d}{dt} \int \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} dV$$

این حد از جسی دکانه
است

من متفکرین است

$$= \int \left[\rho \vec{E} + \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B} + \epsilon_0 \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] dV$$

$$\vec{P} = \int_V \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} dV$$

تکانه میان الکترومغناطی
(تکانه موج الکترومغناطی)

این دکانه گاهی نیست



$$\rightarrow \vec{P}_V = \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$$

تکانه میان الکترومغناطی
در واحد حجم

تکانه میان الکترومغناطی به طور ذاتی تکانه های و زاویه ای دارد
(همان طور که مثلا جار الکتریکی خاص الکتریکی دارد)

$$\vec{P}_V = \epsilon_0 \vec{E} \times \mu_0 \vec{H} = \frac{\vec{S}}{c^2}$$

همان‌طور که

مثال برای موج الکترومغناطی در $\hat{x}$ با $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$

در موج الکترومغناطی، $\vec{E}$ و $\vec{B}$ همواره عمود بر هم و بر جهت انتشار موج

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \hat{x} \rightarrow \vec{E} = E_x \hat{x}$$

E_x

$$\vec{B} = \frac{E_x}{c} \hat{y}$$

$$\vec{H} = \frac{E_x}{\eta} \hat{y}, \quad \eta = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$$

$$u = \frac{1}{2} (\vec{B} \cdot \vec{H} + \vec{D} \cdot \vec{E}) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E_x^2 + \mu_0 \frac{E_x^2}{\eta^2} \right) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E_x^2 + \epsilon_0 E_x^2)$$

$$= \epsilon_0 E_x^2$$

همان‌طور که الکترومغناطی در موج الکترومغناطی همواره در جهت انتشار موج

همان‌طور که الکترومغناطی در موج الکترومغناطی همواره در جهت انتشار موج

است. مع $\vec{E}$ و $\vec{B}$ همواره در جهت انتشار موج است.

مسئله در مسئله قبل دکانه جمع را حساب کنید.

$$\vec{P}_V = \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \epsilon_0 E_x \hat{a}_x \times \frac{E_x}{c} \hat{a}_y$$

$$= \frac{\epsilon_0 E_x^2}{c} \hat{a}_z = \frac{u}{c} \hat{a}_z$$

در واحد هم

۱. محاسبی کوچک است. $\int_V P_V dW, \int_V \frac{u}{c} dW$

$$\Rightarrow P = \frac{U}{c} \rightarrow \text{انرژی برای حجم بسیار کوچک}$$

نکته حجم بسیار کوچک را به فوتون نسبت می دهیم. در میان ها

برای توضیح بهتر از تبادل ذرات استفاده می کنیم (مثلا

گراویتی برای گرانش). در میان الکترومغناطی هم انتقال

و گسیل فوتون را عالی وجود نیرو در نظر می گیرند، به همین دلیل

به فوتون نسبت می دهیم

میان های کن تغییر (نبه دای)

Quasi-static fields

میان های کن تغییر دو دسته تقسیم می شوند:

۱. میان نبه الکتروستاتیک ۲. میان نبه مغناطیستاتیک

اینجا مسائل برای نسبت به صاف بار کن تغییر می کنند و طوری می توان گفت از کار نمی آید.

۱. نبه الکتروستاتیک $\leftarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

۲. نبه مغناطیستاتیک $\leftarrow$ قانون بیو-ساوار

حالات نبه الکتروستاتیک

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \underline{\underline{\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0}}, \underline{\underline{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}}$$

هم چنین حالت دیوالون هم قرار است.

حالات نبه مغناطیستاتیک

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \underline{\underline{\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}}, \underline{\underline{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f}}$$

قانون بیو-ساوار هم قرار است.

اگر حیاتی داسٹہ جازیم کے عائق خوبی جائے (ہی اطمینان نہایت
جائے) ہم چیز نہ کسی تخصیر می کنند. می توان اس حالت را نہ کسی
میان بہ الکورد سائیک، چون امت جار حیاتی آرام افخ می دهد.

اگر کسی بیم حامل حیاں متعیر جازیاں تخصیراں بیمار کسی
داسٹہ داسٹہ، در این صورت میان مضامنی حاصل از بیم

آگہ - آگہ حیدرآباد کے بارے میں کہیں سے سچی بات (ایسا)

جانتے - **۲۶** (پلاٹہ بار) (کلیہ چیز نہ کہیں)

میں - **۲۶** (پلاٹہ بار) (کلیہ چیز نہ کہیں) ۲۶ رجب ۱۴۴۴ 15 February 2023 چہار شنبہ

جس میں اس کا رخ بھی آگہ میں ہے۔

آگہ - آگہ کے کتبے تک - ~~کلیہ چیز~~

دائیں - آگہ کے کتبے تک - کلیہ چیز

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

میں آگہ کے کتبے تک - آگہ کے کتبے تک

ایجاد رنج، می خواهم بار حق جانم. (دوست)

۲۷

پنجشنبه

۱۴۰۱

۲۵ رجب ۱۴۴۴

16 February 2023

شکست پاینده آب کوثر
انعامی خاص (شماره ۳۳۳۳۳۳۳۳)

کار
جای بی لایزال می روی که یکسره و
حالا که حاشی است، روی طرح کرده بار بار

P
توان

تغییر می نماید

نوع پس

صوت

توان

توان

تدریج گرم می کنیم که را. (یعنی نه، چو)
خطی تحلیلی رفته و می نرسد این جا این
یکی مرتبه { اگر ضایع شود مانده جا صدای
مکسران انعام درم و ده حالا فقط صدای
نه سکن، رادایع.

۲۸

جمعه

۱۴۰۱

۲۶ رجب ۱۴۴۴

17 February 2023

شهادت حضرت امام موسی باقر علیه السلام (۱۸۳ هـ.ق)

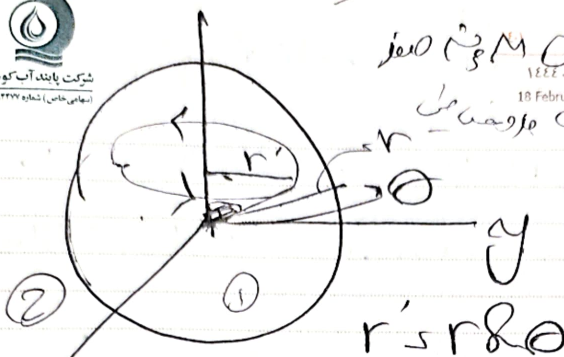
$$\left[\frac{2}{3} \mu_0 m \hat{a}_z \right] \cdot \vec{R} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2\cos\theta \hat{r} + \sin\theta \hat{\theta})$$

$$m = M \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$r > R$$

ح	ث	ج	د	ر	ز	س
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۲	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
					۳۰	۲۹

z
x



(۲۹) در دایره ۴۳۳۳۳۳۳۳

۱۳۴۴ خرداد ۱۳۴۴
18 February 2023
شنبه
ول در دایره ۴۳۳۳۳۳۳۳

۴۳۳۳۳۳۳۳

(۲۹)

r, r'

این سطح مغزی، سطح در دایره ۴۳۳۳۳۳۳۳

به عنوان لایه دوم می باشد که جهت دارد

B ، که به این جهت دارد که به مرکز می آید و در این

الکترونهای القایی به مرکز خیزد آمد

از مدارات به جهت دارد (اوم)

$$\vec{B} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \times \vec{r}$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\vec{E}(2\pi r') = -\frac{d}{dt} (B_1 \pi r'^2)$$

مجمعیت حضرت رسول اکرم (صلی الله علیه و آله و سلم) (۱۳۴۴ خرداد ۱۳۴۴)
- پیام مردم تبریز به مناسبت چهلمین روز شهادت شهیدای قم (۱۳۴۴ ه. ش) روز
اقتصاد مقاومتی و تار آفرینی

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷

$$\Rightarrow \vec{E}_s - \frac{dB_1}{dt} r'$$

$$\Rightarrow \vec{E}_s - \frac{r'}{2} \frac{dB_1}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_s - \frac{r' \delta \theta}{2} \frac{2}{3} \mu_0 \frac{dM}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_s - \frac{\mu_0 r' \delta \theta}{3} \frac{dM}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_s - \frac{\mu_0 r' \delta \theta}{3} \left[\frac{dM}{dt} \right] \hat{\phi}$$

متنی

هست، چون دانه کلسیم بیجا حرکت می کند، پس جابجایی

پس همین دانه هم $\vec{E}$ در حال افزایش

هست... یعنی $\vec{E}$ در هر لحظه توسط جابجایی

در حال افزایشی هست

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰					

$$\vec{r} \times d\vec{r}$$

اسماء

٢٠ رجب ١٤٤٤

21 February 2023



P
توان

$$\iint \rho \hat{r} \times (\hat{r} \times \hat{r}) d\tau$$

توان

توان

توان

توان

توان

$$\hat{r} \times \hat{r} = -\hat{\theta}$$

$$\hat{\theta} = \cos\phi \hat{x} + \sin\phi \hat{y}$$

$$-\sin\phi \hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \frac{2}{9} \mu R^2 Q \frac{dM}{dt} \hat{z}$$

$$\vec{L} = \int \vec{r} \times d\vec{L}$$

$$\vec{L} = \int \vec{r} \times d\vec{L}$$

$$\vec{L} = \int \frac{2}{9} \mu R^2 Q \frac{dM}{dt} \hat{z} dt$$

$$t_v = \dots$$

توان



$$\vec{L} = \int \frac{-2}{9} \mu \cdot R^2 Q \hat{z} dM$$

اسناد
۱ شعبان ۱۴۴۴
22 February 2023

۳
چهارشنبه

$$\vec{L} = \frac{-2}{9} \mu \cdot R^2 Q M \hat{z}$$

چون که در این حالت، $\vec{L}$ و $\vec{r}$ در یک راستا هستند

$$\frac{dM}{dt} = \text{ارزش انتگرال صفر است. (؟)}$$

میدان گرانشی $\vec{E}$

$$\vec{E} = \int \frac{Q}{4\pi G \cdot r^2} \hat{r} dV$$

حالا می‌خواهیم $\vec{P}$ و $\vec{r}$ را پیدا کنیم

$$\vec{P} = \epsilon \cdot \vec{E} \times \vec{r}$$

میدان گرانشی

۱	۲	۳	۴	۵
۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵
۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

تابش دوقطبی

می توان تابش الکترومغناطیسی را با توان جمع نشان داد.

$$P = \oint_{\text{توان}} \vec{S} \cdot \vec{n} da \neq 0 \rightarrow$$

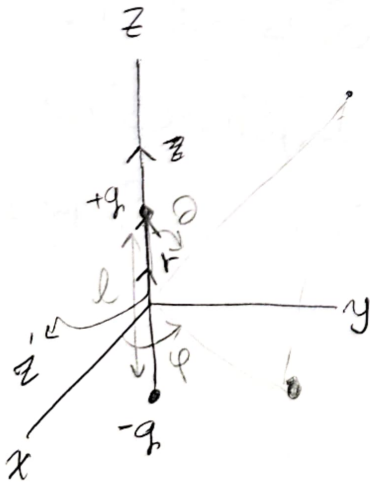
تابش EM دایره

↓
سطح گویا در فضا

$$= 0 \rightarrow$$

تابش EM زیاده

علت این که سطح را تابشی تغییرات می دهد این است که تابش باید بتواند تابشی تغییرات ببرد، مگر این که یک رسانا مسیر راه جوی
وجود داشته باشد تا توان آن کاهش یابد. به طور مثال در هوای
جاری، توان جمع کاهش می یابد، زیرا رطوبت باعث افت توان
می شود.



مسئله دوقطبی الکتریکی نشان گشته

می خواهیم میدان الکتریکی را در نقاط

دور بسازیم آوریم.

توجه کنیم که لازم است طول این
دوقطبی از طول جمع کمتر باشد تا به آن
دوقطبی بگوییم.

همچنین این دوقطبی تا به
 سازگار نیست آشن داشته
 جاز، اما قطب‌دورگی آشن
 را می‌دهد

تقطعه دور $\rightarrow 2 \gg 1$
 شرط دوقطبی $\rightarrow 1 \ll 1$

حداکثر هک هواتحت تابیش الکترومغناطیسی خورشیدی
 تحت تابش هستند. در این حالت به دوقطبی تبدیل می‌شوند و
 باعث می‌شوند تا در میانه الکتریکی ناشی از دوقطبی بودن آن
 ایجاد شود. در این صورت به دلیل نوسان کردن، میدان مغناطیسی
 هم خواهند داشت.

حداکثر ها با فرکانس طبیعی خودشان نوسان می‌کنند.
 به صورت کلی در الکترومغناطیس کلاسیک، پدیده حبابی با
 تغییر فرکانس ندارد؛ اگر فرکانس تغییر کند، پدیده‌های کوانتومی
 رخ می‌دهد.

به علت تغییر جازها جازها، می‌توان برای نقاط دوری جهان
 ناشی از دوقطبی تعریف کرد.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t') \cdot d\vec{\ell}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$t' \approx t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c} \rightarrow$$

تأخیر زمانی
در طول مسیر

$$\vec{r} = r \sin\theta \cos\phi \hat{a}_x + r \sin\theta \sin\phi \hat{a}_y + r \cos\theta \hat{a}_z$$

$$\vec{r}' = z' \hat{a}_z \quad d\vec{\ell}' = dz' \hat{a}_z$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = r \sin\theta \cos\phi \hat{a}_x + r \sin\theta \sin\phi \hat{a}_y + (r \cos\theta - z') \hat{a}_z$$

$$\Rightarrow |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 + z'^2 - 2rz' \cos\theta}$$

$$= r \left(1 + \frac{z'^2}{r^2} - \frac{2z' \cos\theta}{r} \right)^{1/2}$$

میانگین z' از r بسیار

کوچکتر است. یعنی

$z' \ll r$ یعنی از r است

$r \gg 1 \gg z'$

حالت این که z' کوچکتر از r باشد، یعنی این است که عبارت

را در یکال بتواند به یک جا محدود کند. این عبارت

$$z' \ll r \Rightarrow z'/r \ll 1$$

همچنین می توان از $\frac{z'}{r^2}$ مشتق گرفت

$$\Rightarrow |\vec{r} - \vec{r}'| \approx r(1 - \frac{z'}{r} \cos\theta) \approx r - z' \cos\theta$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{I(z', t - \frac{r - z' \cos\theta}{c}) dz'}{r - z' \cos\theta}$$

$$r \gg \ell \rightarrow r - z' \cos\theta \approx r$$

مثلا انباری نقطه

دیده می شود

$$A_z(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ell}{r} I(t - \frac{r}{c})$$

حالت z از A :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \rightarrow$$

پس از لورنتز

$$\Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{-1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial A_z}{\partial z} = \frac{-1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\mu_0 \ell}{4\pi} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{r} I(t - \frac{r}{c}) \right)$$

می خواهیم $\vec{E}$ و $\vec{B}$ را بدست آوریم. از $\vec{A}$ و ϕ می توانیم $\vec{E}$ و $\vec{B}$ را بدست آوریم.

دست $\vec{E}$ را بدست می آوریم. می توانیم مشتق را نسبت به r بگیریم

$$\Rightarrow \frac{-\ell}{4\pi \epsilon_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} I(t - \frac{r}{c}) \right) \frac{dr}{dz}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{-l}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-1}{r^2} I(t-\frac{r}{c}) + \frac{1}{r} \left(\frac{-1}{c} \right) I'(t-\frac{r}{c}) \right) \frac{z}{r}$$

المجال الكهربائي

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{l}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{z}{r^3} I(t-\frac{r}{c}) + \frac{z}{cr^2} I'(t-\frac{r}{c}) \right)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{l}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{r^2} \left(\frac{1}{r} I(t-\frac{r}{c}) + \frac{1}{c} I'(t-\frac{r}{c}) \right)$$

$\frac{c\theta}{r}$ $I(t-\frac{r}{c}) \rightarrow$ المجال الكهربائي

$$\Rightarrow \Phi = \frac{l c \theta}{4\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{q(t-\frac{r}{c})}{r} + \frac{I(t-\frac{r}{c})}{c} \right)$$

المجال المغناطيسي

$$q(t-\frac{r}{c}) = q_0 \cos(\omega(t-\frac{r}{c}))$$

$$\Rightarrow I(t-\frac{r}{c}) = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin \omega(t-\frac{r}{c})$$

I

$$\Rightarrow \Phi(r,t) = \frac{l I_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{c\theta}{r} \left(\frac{-\cos \omega(t-\frac{r}{c})}{\omega r} + \frac{\sin \omega(t-\frac{r}{c})}{c} \right)$$

$$\Rightarrow A_r = \frac{\mu_0}{4\pi r} \ell I_0 \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \cos \theta$$

$$A_\theta = \frac{-\mu_0}{4\pi r} \ell I_0 \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \sin \theta$$

$$A_\phi = 0$$

پہلے سے دی گئی مساویوں سے:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\hookrightarrow B_\phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ell I_0}{r} \sin \theta \left(\frac{\omega}{c} \cos \omega(t - \frac{r}{c}) + \frac{1}{r} \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \right)$$

یہ مساویں الیکٹریک اور مقناطیسی میدانوں کے لیے درست ہیں۔

$$\vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\hookrightarrow E_r = \frac{2\ell I_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{\sin \omega(t - \frac{r}{c})}{r^2 c} - \frac{\cos \omega(t - \frac{r}{c})}{\omega r^3} \right)$$

$$E_\theta = \frac{-\ell I_0 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0} \left(\left(\frac{1}{\omega r^3} - \frac{\omega}{rc^2} \right) \cos \omega(t - \frac{r}{c}) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{r^2 c} \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \right)$$

در این مدل، انرژی تابشی مناسب با توان همکار فرکانس دارد، یعنی هر چه فرکانس بیشتر باشد، جمع بیشتر پراکنده می شود. هم چنین هر چه فرکانس کمتر باشد، تضعیف بیشتر رخ می دهد. هنگامی که نور خورشید به جو زمین برخورد می کند، نور آبی پراکنده می شود. بیشتر آن دارد. به همین علت آسمان را آبی می بینیم.

علت این پراکنده گی ها، جاره های اتم ها است.



پای توان دو قطبی توان گشته داریم:

$$\bar{P} = \frac{P_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^2}$$

این توان می تواند بخاطر نوران های هسته مانده $\rightarrow p_0$ و q_0 ،

هر جا که جاد و عدد دانسته باشد،

ممکن است چند قطبی الکتریکی داشته باشیم

در ابعاد هسته ای، دو قطبی های الکتریکی هسته (پروتون)

غالب است. هم چنین خود اتم (الکترون ها) هم می توانند باعث

دو قطبی شوند. در هر صورت، همانند جاره های ابعاد

گرفته دو قطبی از ابعاد 10^{-10} تا 10^{-8} است.

$$\lambda \sim 10^{-10} \text{ m}$$

$$g_0 \sim 1.6 \times 10^{-19} \text{ e} \Rightarrow p_0 \sim 10^{-29} \text{ e.m}$$

این بحث باید گوانتهی مداری شود، نه همین دلیل صریحاً مرتبه‌ها را مداری می‌گیریم. می‌توان برای توان دوقطبی‌های ~~مختصاتی~~

الکترونی نویسی گفت:

$$\bar{P} \sim 10^{-74} \text{ W}$$

همچنین $f \sim 10^{14} \text{ Hz}$ است. با تکرار دادن فرکانس داریم.

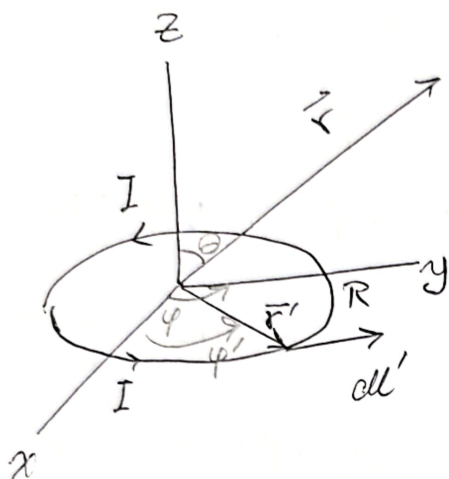
برای الکترون‌ها در اتم‌ها

$$\bar{P} \sim 10^{-18} \text{ Watt}$$

که این ساینگی توان تابش شده در ایجاد امواج است که برای دوقطبی‌های الکترونی درست است.

می‌توان توان دوقطبی‌های ضابطی را نیز محاسبه کرد.

حرکت الکترون‌های مدارای باعث ایجاد دوقطبی و گسترده ضابطی می‌شود. البته حرکات دایره‌ای در کنار گسترده ضابطی، باعث ایجاد گسترده الکترونی نیز می‌شود.



مسئله: محاسبه میدان های
مغناطیسی و الکترونی حاصل از
ریحله حامل جریان.

$$I = I_0 \cos t$$

تقریباً متغیر دور بودن و تقریب
دو نقطه‌ای مغناطیسی تابشی گشته همگانی
که تصویران زمانی دارند.
 $2\pi R \ll 1 \ll r \rightarrow$
تقریب دور تقریب دو نقطه‌ای

البته صرفاً تصویر زمانی داشتن به معنای تابش نیست. لازم
است در نهایت، پس از انتگرال گیری از مدار پویایی، مقدار
آن را در سطح بی نهایت بررسی کرد. اگر همچنان توان تابشی
دانه جابجیم، پس تابش وجود دارد.

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I(r, t') \cdot d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$$

$$\vec{r} = r \sin \theta \cos \varphi \hat{a}_x + r \sin \theta \sin \varphi \hat{a}_y + r \cos \theta \hat{a}_z$$

$$\vec{r}' = R \cos \varphi' \hat{a}_x + R \sin \varphi' \hat{a}_y$$

این مسئله متقال سعی است، یعنی با چرخش حول محور z ،
 می توانیم ϕ را به ϕ' در نظر بگیریم.

صفحه $x-z$ $\rightarrow \phi = 0$ ، صفحه $y-z$ $\rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$

این ترتیب می توان A_x ، A_y را بدست آورد.

$$\xrightarrow{\phi=0} \vec{r} = r \sin \theta \hat{a}_x + r \cos \theta \hat{a}_z$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = (r \sin \theta - R \cos \phi') \hat{a}_x - R \sin \phi' \hat{a}_y + r \cos \theta \hat{a}_z$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \sin \theta \cos \phi'}$$

$\frac{R}{r} \ll 1 \rightarrow R \ll r$
 پس $(\frac{R}{r})^2$ است
 صرف نظر است

$$= |r| \sqrt{1 + \frac{R^2}{r^2} - \frac{2R}{r} \sin \theta \cos \phi'}$$

هر چند باتوجه به همگرایی ر، می توان گفت:

$$r \left(1 + \cancel{\frac{R^2}{r^2}} - \frac{2R}{r} \sin \theta \cos \phi' \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow |\vec{r} - \vec{r}'| = r \left(1 - \frac{2R}{r} \sin \theta \cos \phi' \right)^{1/2}$$

$$= r \left(1 - \frac{R}{r} \sin \theta \cos \varphi' \right) = r - R \sin \theta \cos \varphi'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|r - r'|} = (r - R \sin \theta \cos \varphi')^{-1} = r^{-1} \left(1 - \frac{R}{r} \sin \theta \cos \varphi' \right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{r} \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \cos \varphi' \right) = \frac{1}{r} + \frac{R}{r^2} \sin \theta \cos \varphi' \approx \frac{1}{r}$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int I \cos \omega \left(t - \frac{r - R \sin \theta \cos \varphi'}{c} \right) \frac{1}{r} d\varphi' d\varphi$$

$$\xrightarrow{R\omega \ll c} 2\pi R \ll \lambda \rightarrow 2\pi R \ll cT \sim \text{طول موج}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} R \ll c \Rightarrow \omega R \ll c$$

با استفاده از این تقریب می‌توان انتگرال را ساده کرد.

$$\cos \omega \left(t - \frac{r - R \sin \theta \cos \varphi'}{c} \right) \approx \cos \left(\omega t - \frac{r\omega}{c} + \frac{R\omega \sin \theta \cos \varphi'}{c} \right)$$

صورت خطی است

$$\approx \cos \left(\omega t - \frac{r\omega}{c} \right) - \omega \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \frac{R}{c} \sin \theta \cos \varphi' \quad \text{به یاد}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 I_0 R}{4\pi r} \left(-\frac{\omega R}{c} \right) \sin \theta \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} R dy$$

در یک تیلور جابجایی با مستقیم مرتبه اول را می توانیم تا نزدیک خوبی برای مقادیر دور دایره جابجایی.

با در نظر گرفتن $\phi = 0$ ، می توانیم A_x و A_y را به دست می آوریم.

آنرا $\frac{R}{2} \phi = 0$ ، A_x را به دست می آوریم. آنرا A_y را به دست می آوریم.

مساحت مقطع $A = \pi R^2$

$$A_y(r, t) = -\frac{\mu_0 I_0 \omega A}{4\pi r c} \sin \theta \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \rightarrow B_\theta = \frac{\mu_0 I_0 \omega^2 A}{4\pi r c^2} \sin \theta \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

$$I_0 = m_0 \rightarrow m_0 = I_0 A$$

$$\Rightarrow B_\theta = \frac{\mu_0 m_0 \omega^2}{4\pi r c^2} \sin \theta \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

$$\vec{E} = -\frac{c}{r} \vec{r} \times \vec{B} \quad \text{و} \quad \vec{E} = -c \vec{r} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow E_p = \frac{m_0 \omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^3 r} \sin\theta \cos\omega(t - \frac{r}{c})$$

در این جا $\frac{1}{r}$ است

$$\Rightarrow P_s \oint \vec{S} \cdot d\vec{a} \rightarrow \bar{P}_s \frac{m_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}$$

$\int \rightarrow R$

$$\frac{m_0 s I_0 A}{\epsilon_0 s \frac{1}{\mu_0 c^2}} \rightarrow \bar{P}_s \frac{1}{2} I_0^2 \frac{\mu_0}{6\pi} \frac{A^2 \omega^4}{c^3}$$

$$R_{rad} = \frac{\mu_0}{6\pi} \frac{A^2 \omega^4}{c^3}$$

$$m_0 = \frac{-e}{2m_e} L$$

مقدار الکترون ها در این داره