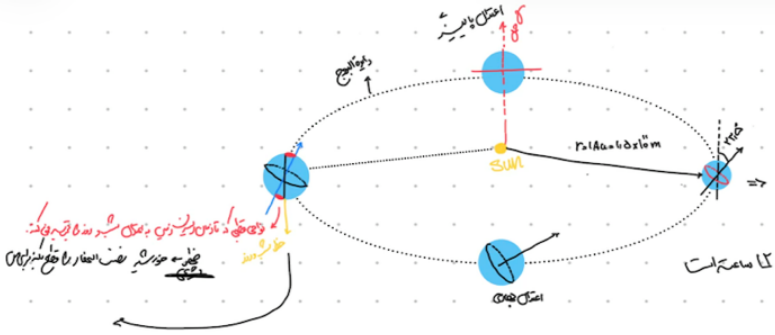
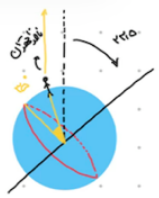
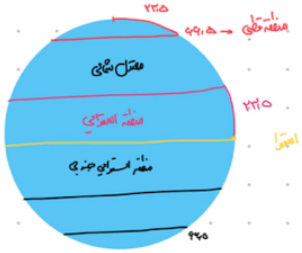
Astrophysics

Astrophysics :



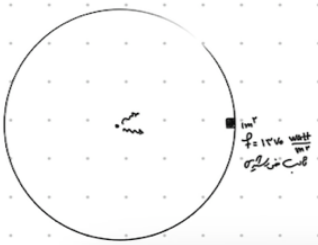


نقطه اعتدال به این معنی است که در این روز طول شب و روز به طور مساوی است

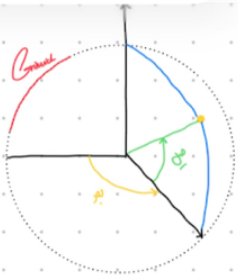


* $C_p - C_v = R$: ثابت گازها remember

Sun :



125%

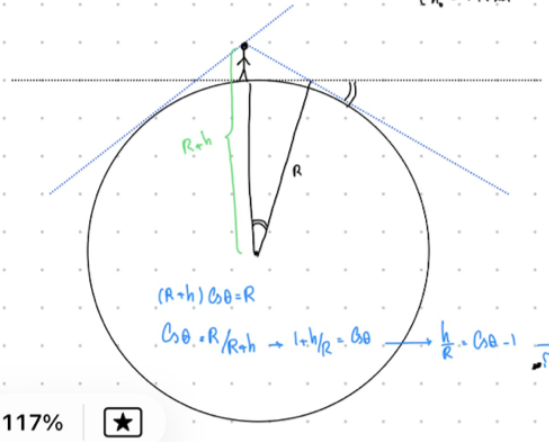


* دستگاه مختصات کروی :

با افزایش ارتفاع هم دما و فشار جو به صورت تابع exp تغییر میکند. پس با افزایش ارتفاع air mass کاهش می‌یابد.



$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \exp(-h/h_0) \\ h_0 = 8.4\ km \end{cases}$$

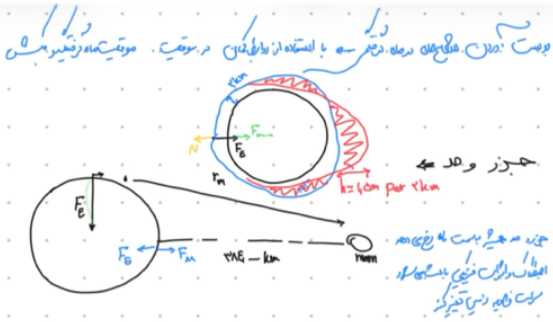


رابطه بین طول قوس و زاویه مرکزی

Radian → $2\pi^c \rightarrow 360^\circ$

$1^c \rightarrow \theta^\circ$: $\frac{180}{\pi}$

117%



$$\frac{F_M}{F_E} = \frac{\frac{GM_m}{r_m^2}}{\frac{GM_E}{r_E^2}} = \frac{M_m}{M_E} \times \left[\frac{r_E}{r_m}\right]^2 = 2 \times 10^{-2}$$

The Sun as Star

$f = 1370$ Solar cte.

$f_{\text{در زمین}} \approx 1000$ watt/m^2

قانون سوم کپلر $\rightarrow$ $P^2 = ke^3$

$P^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) r^3$ $\quad r = \frac{1}{2}$

$\frac{GmM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2}{P^2} \rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 \times \frac{1}{r} = \frac{4\pi^2 r m}{P^2}$

Solar eclipse

$\frac{R_{moon}}{R_{sun}} = \frac{r_{moon}}{r_{sun}} \rightarrow r_m = 384{,}000$ km $\times 1.5$

$\frac{GMm}{r^2} \rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{P}\right)^2 \times \frac{m}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{P^2}$

$r_m = 384{,}000$ km, $P_0 = 27$ روز

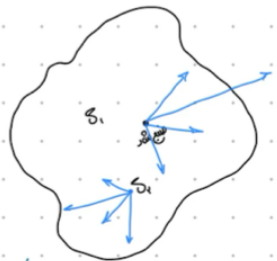
$v_r^2 = \frac{4\pi^2 r}{P^2} = 9000$

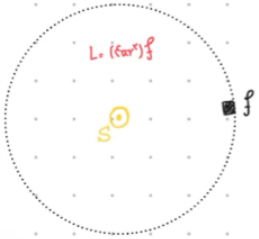
$\frac{GM}{r^2} = 0.0027 \frac{m}{s^2}$

$\frac{GMm}{(R_\oplus + h)^2} = \frac{GMm}{R_\oplus^2} = mg$

$g = \frac{GM}{R_\oplus^2} = 9.8$

قانون گاوس: مقدار میدان صرف استفاده با مقدار چشمه محصور شده (با متناسبی جریم هم چیز طبیعی است)





$L_\odot = 4\pi r^2 f = 3.85 \times 10^{26}$ watt $\rightarrow$ در هر ثانیه 3.85×10^{26} ژول انرژی تولید می‌کند

$\Delta E = \Delta m c^2$

$$F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{P}\right)^2 \rightarrow \frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{P^2} \longrightarrow M_\odot = \frac{4\pi^2 r^3}{GP^2} = \frac{4\pi^2 \times (1.03\times10^{11})^3\, m^3}{(6.67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}) \times (3.15\times10^7\, s)^2} = \frac{4\times10\times(4)\times10^{33}}{6.67\times10^{-9}\times(9.9)\times10^{14}} = 1.99\times10^{30}\, kg = M_\odot$$

$$\mathcal{L} = \frac{M_\odot}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)} = \frac{2\times10^{30}}{6.4\times10^{9}} = 3\times10^{20}\, s \times \frac{1\, yr}{3.15\times10^7\, s} = 1.03\times10^{13}\, yr$$

$$\Delta M = \frac{\Delta m}{\Delta t} \times \Delta T = 6.4\times10^{9} \times 6.7\times10^{14} = 4.3\times10^{24}\, kg$$

$$\frac{\text{مقدار جرمی که در طول خورشید از دست می‌دهد}}{\text{جرم خورشید}} = \frac{4.3\times10^{24}\, kg}{2\times10^{30}\, kg} = 2\times10^{-6}$$

چیان‌هت جرم به دلیل تغییرات کم در طول عمر ستاره یک پارامتر شناسه‌ای تعریف می‌شود. چون به دلیل تغییرات جزئی جرم خورشید در طول عمر آن هم زمان بسیار زیاد است

Black Body → $L = A\sigma T_{eff}^4 = (4\pi R_\odot^2)\,\sigma T_{eff}^4$

$$\Rightarrow T = \left(\frac{L}{4\pi R_\odot^2 \sigma}\right)^{1/4} \Rightarrow T_\odot = 5777\, K$$

$$\lambda = \frac{0.002898}{T} = \frac{1}{2}\times10^{-2} = 5\times10^{-3} \longrightarrow \lambda_{max_\odot} = 500\, nm$$

12%

چگالی متوسط خورشید $\rho = \frac{M_\odot}{V_\odot} = 1.5\times10^{3}$

$2\times10^{3}\, kg \rightarrow 4\times10^{26}\, watt$

$1.5\, kg \rightarrow L_\circ = ? = 3\times10^{5}\, watt$ لامپ حدوداً چقدر تابش دارد؟

یه کتابی که داشتم پنجه می‌زدن



دونیازسیون هلیوم در زمین به وسعت خورشید.

$\rightarrow v_{random}$

$T_\odot \approx 5700\, k$

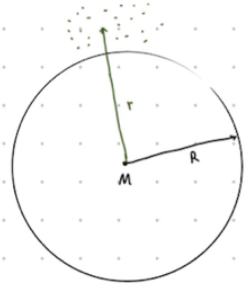
$m = He$

$v_{th} = \sqrt{\frac{2kT_\odot}{m}} \rightarrow 1.4\times10^{2}\, \frac{m}{s}$

thermal? — عمق کمی

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \rightarrow v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \rightarrow \text{for earth} = 11\, \frac{km}{s}$$

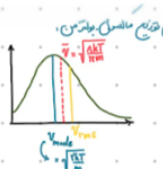
سرعت فرار



$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \rightarrow = 0 \Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

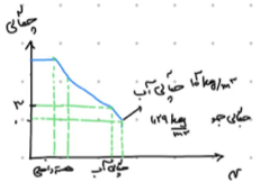
v_{escape}

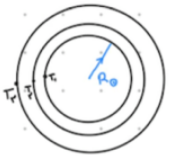
$v_{thermal} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$



$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

* تمام رابطه‌های ما درباره ستارگان محدود به جو آنها می‌شود.





$T_c < T_r < T_s$

$I_r < I_s < I_c$

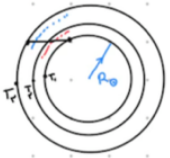
ستاره‌ای که جنس هسته‌اش از آهن است، چگالی بیشتری دارد.

ستاره‌ای که جنس هسته‌اش از هیدروژن است، چگالی کمتری دارد.

$I = 8T_{eff}^4$ ستاره‌ها با هر جنس هسته‌ای

$T' = T + \Delta T \rightarrow \frac{T'^4}{T^4} = \frac{(T+\Delta T)^4}{T^4} = T^4 + 4\Delta T + \dots$ ؟ چیست ΔT برای T جدید I چقدر بیشتر می‌شود





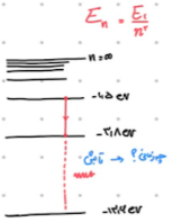
تقریب در زمینه ستاره‌ها: ما به ستاره‌ها به صورت یک نقطه نگاه می‌کنیم و اطلاعات درخشندگی و دمای سطحی آن را داریم.

ستاره α قطر زاویه‌ای را در تلسکوپ ما $0.01''$ نشان می‌دهد. شعاع حقیقی آن چقدر $R_\odot$ است؟



$\theta = \frac{2\times10^9 m}{6\times10^{19}} = 0.01''$; $1Rad = 206265''$

* اثر فرق‌انداز دمای سطحی دو ستاره



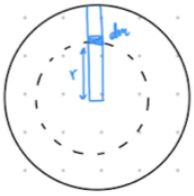
هر چیزی با دمای بالاتر از صفر مطلق → تابش می‌کند → هر چیزی با جرم بیشتر از صفر → تابش گرانشی دارد

درجه‌ی آزادی‌های زیر جو که تابش بیشتری دارد به جو کمتر تابش می‌کند و به همین خاطر جو کمتر سرد می‌شود.

این جذب دوباره‌ی تابش توسط جو باعث می‌شود که دمای جو بیشتر شود و در آن لحظه تابش بیشتری داشته باشد و در نهایت به حالت تعادل برسد.

این به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود و نوسان دمایی ایجاد می‌کند.

هیچ خط‌کوتاهی وجود ندارد ← هیچ عنصری در جو همیشه وجود ندارد



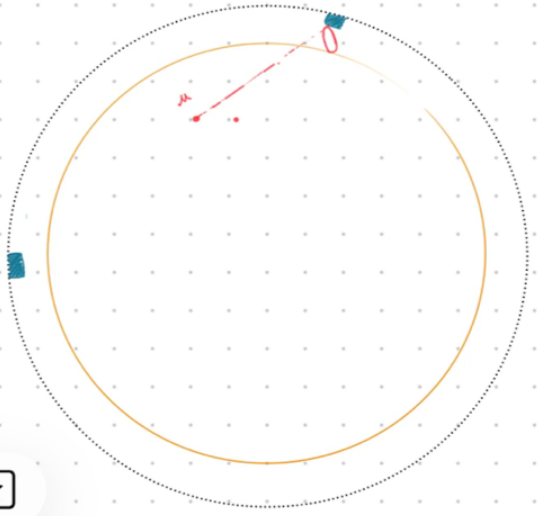
فشار در مرکز ستاره = فشاری که لایه‌های بالاتر ستاره روی هسته‌ی مرکزی وارد می‌کنند.

$dF = \frac{GMdm}{r^2} \rightarrow dF = \frac{G\cdot(\frac{4}{3}\pi r^3\rho)\cdot\rho A dr}{r^2} \rightarrow F = \frac{4}{3}\pi G\rho^2 A\int_0^R r\,dr$

$\Rightarrow = \frac{4}{3}\pi G\rho A\cdot\frac{R^2}{2} \rightarrow P = \frac{F}{A} \rightarrow \frac{2}{3}\pi G\rho^2 R^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi G\rho^2 R^2 \cdot\frac{1}{R^4} = *$

$* = \frac{1}{2}G(\frac{4}{3}\pi R^3\rho)(\frac{4}{3}\pi R^3\rho)\cdot\frac{1}{R^4} = \frac{1}{2}\frac{GM^2}{R^4}$

$\Rightarrow P_{Core} \propto \frac{GM^2}{R^4}$



add photo

$P_{Core} = \pi\frac{GM^2}{R^4} = 2\times10^{11}\,atm$

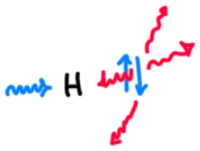
$P_{Core} = nkT \rightarrow n = \frac{\rho}{m_H} = \frac{1.5\times10^3}{1.67\times10^{-27}} =$ تعداد ذرات

random walk → یک مسواک مورچه را درنظر بگیرید. روی یک نقطه (۰،۰) او را درنظر می‌گیریم. یک مورچه با احتمال ۱/۲ به یک سمت و به احتمال ۱/۲ به سمت دیگر قدم می‌زنند.

با افزایش تعداد مورچه‌ها حول نقطه (۰،۰) یک دایره از مورچه‌ها به وجود می‌آید پس چون هیچ طرف ترجیحی وجود ندارد و احتمال‌ها برابر است ← $\langle x_i \rangle = 0$ ← اما با رساندن احتمال‌ها به توان ۲، چون احتمال‌ها جمع می‌شوند: $\langle x_i^2 \rangle \neq 0$



حالا یک پروتون به H می‌تابانیم تا برانگیخته شود و سپس به حالت پایه بازگردد. صفحه‌ای که پروتون با بازگشتن به حالت پایه تابش انجام می‌شود.



$$\langle x_{N+1}^2 \rangle = \frac{1}{2}\langle (x_N + l)^2 \rangle + \frac{1}{2}\langle (x_N - l)^2 \rangle = \frac{1}{2}\langle x_N^2 + 2x_N l + l^2 \rangle + \frac{1}{2}\langle x_N^2 - 2x_N l + l^2 \rangle$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\langle x_N^2 \rangle + \frac{l^2}{2} + \frac{2l}{2}\langle x_N \rangle + \frac{1}{2}\langle x_N^2 \rangle + \frac{l^2}{2} - \frac{1}{2}\frac{2l}{2}\langle x_N \rangle = \langle x_N^2 \rangle + l^2 = \langle x_{N-1}^2 \rangle + 2l^2$$

$$\Rightarrow \langle x_N^2 \rangle + (N+1)l^2 \longrightarrow \langle x_N^2 \rangle = Nl^2 \rightsquigarrow N = \frac{\langle x_N^2 \rangle}{l^2} \rightsquigarrow N_{3D} = \frac{3\langle x_N^2 \rangle}{l^2}$$

$$N = \frac{3R_\odot^2}{l_e^2} \xrightarrow{l_e = 5\times10^{-3}} \frac{3\times(7\times10^8 m)^2}{(5\times10^{-3})^2} = \frac{3\times49}{25}\times10^{16+6} = 3\times10^{20}\times\left(\frac{1\,ly}{9\times10^{15}m}\right) = 3000\,ly$$

← زمانی که طول صفحه فوتون‌ها به سطح خورشید برسند.

* حال قصد داریم تعداد مورچه‌ها یا به عبارتی مقدار فوتون یا درخشندگی خورشید را با توجه به فوتون‌های خارج شده از خورشید را بدست آوریم.

$t = l/c$

$$\downarrow\ l/c = \frac{(3R^2/l^2)l}{c} = \frac{3R^2}{lc}$$

$$L_\odot = \frac{(\text{انرژی در واحد حجم})(\text{حجم})}{(\text{زمان رسیدن به سطح})} = \frac{(\frac{4}{3}\pi R_\odot^3) * aT^4}{3R^2/lc}$$

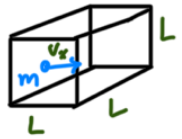
دمای متوسط خورشید → $T = \left(\frac{L_\odot * 3R^2/lc}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{1}{a}\right)^{1/4} \Rightarrow \bar{T} = 5.4\,MK \Rightarrow T_{core} = 15\,MK$

مقدار انرژی تابشی در داخل خورشید وجود دارد؟

$$\mathcal{E}_{rad} = L_\odot \times \frac{4R^2}{4c} = 4\times10^{26}\,\frac{J}{s} \times \frac{3\times(7\times10^{8})^2\,m^2}{3\times10^{-3}\,m \times 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}} = 4\times10^{38}\,J$$

* چگالی انرژی در هردو ۱۸ برابر بود! ← فشار

فشار تابشی ← به یاد داریم ← تقریبی جنبشی گازها:



$$\Delta P = 2mv_x \quad \begin{cases}\Delta x = 2L \\ \Delta t = \frac{2L}{v_x}\end{cases} \rightarrow F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\frac{2L}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{L} \rightarrow \begin{cases} v_x^2 = v_y^2 = v_z^2 \\ v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \\ \bar{v}_x^2 = \frac{1}{3}\bar{v}^2 \end{cases}$$

$$F_N = \frac{Nmv_x^2}{L}\ ,\ P_N = \frac{F_N}{L^2} = \frac{Nmv_x^2}{L^3} = \frac{Nmv_x^2}{V}$$

$$\Rightarrow PV = Nmv_x^2 = \frac{1}{3}N_m\bar{v}^2 = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m\bar{v}^2\right) \rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}\frac{PV}{N} = \frac{3NkT}{2N} = \frac{3}{2}kT$$

حالا تعداد ذرات درون خورشید را می‌خواهیم،

$$N' = \text{تعداد} = \frac{M_\odot}{m_p}\times 2 = \frac{2\times10^{30}\,kg}{1.67\times10^{-27}} \times 2 = 2.4\times10^{57}\ \text{ذره}$$

$$\mathcal{E}_{کل} = N' \times \bar{\varepsilon} = 2.4\times10^{57} \times \frac{3}{2} \times 4.38\times10^{-23}\,J/K \times 6.95\times10^{6} = 10^{40} = \frac{4\times10^{38}}{2.98\times10^{41}\,J} = 1.35\times10^{-3}$$

$$\frac{\mathcal{E}_{rad}}{\mathcal{E}_{gas}} \propto \frac{aT^4}{kT} \propto T^3$$

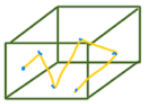
هرچه دما ↑ تابش با T^4 ↑ فشار گاز با T ↑ با هم تناسب دارند.

داروین ← عمر خورشید کمتر از ۲۰ میلیون سال است.

جورج گامو ← مسئله انرژی خورشید و پیک گامو ⟸

داروین ← من فکر می‌کنم بیش از ۳ میلیارد سال است.

حالا ۳ فاکتور را به ترتیب فاکتورهای استفاده می‌کنیم:



حسه در اتم هیدروژن $\frac{E_C}{E_G} = \frac{\frac{kq_1q_2}{r^2}}{\frac{Gm_em_p}{r^2}} = 10^{40}$

انرژی خورشید ← $\varepsilon_\odot Mk$

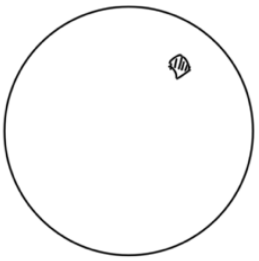
$\frac{1}{2}\times 1 = \frac{1}{2}\times \cdots = \cdots J = \cdots eV$ ⟵

⟵ انرژی جنبشی یک ذره به طور متوسط داخل خورشید.

اتم هیدروژن سه با انرژی دادن به الکترون هایی توانیم آنها را برانگیخته کنیم. برای برانگیخته کردن الکترون e در پایین ترین تراز انرژی ۱۳٫۶ الکترون ولت نیاز است. حالا با ۱۷۰ الکترون ولت چه رخ می دهد !!!

سوال: چرا خورشید یا ستاره ها کره اند؟

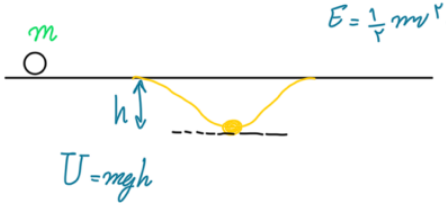
انرژی خود برانش « Self Gravital energy »



$\rho(r,\theta,\varphi) = \rho(r)$

T

توپی را در نظر بگیرید که بر سطح چاه پتانسیل سرسبی آن قرار دارد.



ابری را در نظر بگیرید که حدود ۱۰۰۰ متر از زمین فاصله دارد و یک قطره از آن به سمت زمین می چکد. اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم سرعت آن از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ برابر است. بیایید که اگر سرعت کمتر از $141\frac{m}{s}$ است. اما $v_e = 11\frac{km}{s}$ یعنی آن به دمای چقدر تبدیل شده؟

$\frac{\text{انرژی جنبشی واقعی}}{\text{انرژی جنبشی انتظاری}} = \frac{\frac{1}{2}mv_e^2}{\frac{1}{2}mv_i^2} = \left(\frac{v}{141}\right)^2 = \frac{1}{500} \longrightarrow \frac{499}{500}$ ← درصدی از دما می گردد ← درصدی نمی دهد

از تمام حرارتی که به آن داده بودیم



$G\frac{dm\,dm}{r}$

$F = -\frac{GMm}{r^2}$; $\int_{\infty}^{R} F\cdot dr = ? = \int \frac{GMm}{r^2}dr = \frac{GMm}{r}\Big|_{\infty}^{R} = \frac{Gm\,dm}{r}$

dm ←

خود برانش یک سامانه چیست؟

$\int_0^M \frac{Gm\,dm}{r} \xrightarrow{\text{ثابت = چگالی}} = \int_0^R \frac{G(\frac{4}{3}\pi r^3\rho)(4\pi r^2 dr\rho)}{r} = G(\frac{4}{3}\pi)4\pi\rho^2\int_0^R r^4 dr = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$

$$E = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$ ← انرژی خود گرانشی

* گرانش حتماً حالت کروی میدهد ← چه چیزهای حالت کروی را بهم می‌زنند؟ چرخش، ۱ دوران، ۲ میدان مغناطیسی ← $E_{rot_\odot} = ?$

اگر دوره تناوب خورشید ۲۷ روز در نظر بگیریم ← $T \sim 27$

$$E_{rot_\odot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)*\frac{4\pi^2}{T^2}$$

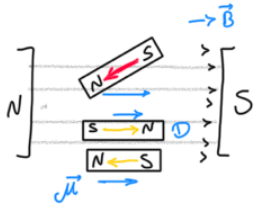
$$\Rightarrow \frac{E_{rot}}{E_G} = \frac{\frac{1}{5}MR^2 * \frac{4\pi^2}{T^2}}{\frac{2}{5}GM^2/R} = \frac{4\pi^2}{3}\frac{R^3}{GMT^2} = 2\times10^{-6}$$

پس معلوم شد که از حالت کروی خیلی خارج نمی‌شود.

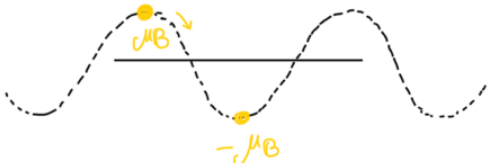
میدان من ← دوران ستاره‌ها روی تحول ستاره‌ای تاثیر دارد ← $M_\odot$ $R_\odot$ T_{rot} ← دوران

میدان مغناطیسی:

دستاورد دوقطبی مغناطیسی ← $\vec{M}$
جهت $\vec{M}$ از S به N است، درون آهنربا



$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$
$$U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$$



من پرسش‌برانگیزترین ی۳ی۳ تو دتر از ۲۵ که به دلیل نیازبیشتر انرژی در بالاترین لایه‌ها بود، اول در شکل‌های لایه‌ها پر می‌شوند. بعد از آن وقتها پر می‌شود.

* جوانترین زمین در لکه‌هایی بیشتر از خورشید ۱۰



$$\begin{cases} B = 0.1\ Tesla = 1000\ Gauss \\ \Delta t = 1\ day \end{cases}$$

آیا می‌توان به اندازه‌ی زمین در طول یک روز از بین برود، یک پروتون را تا چه انرژی می‌تواند شتاب دهد؟

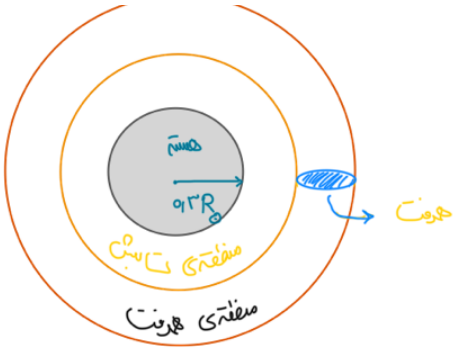
$A = \pi R_\oplus$, $U = qV$, $e = 1.6\times10^{-19}\ J$, $m_p = 1.67\times10^{-27}\ kg \xrightarrow{\times c^2} \mathcal{E} = 938\ MeV$, $R_\oplus = 6.4\times10^6\ m$

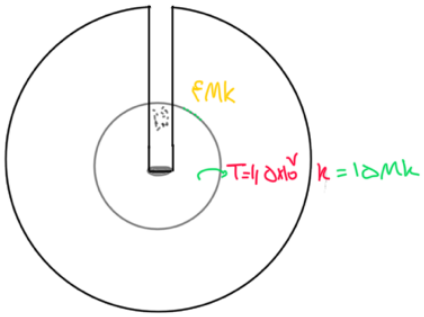
$$\Phi = AB =$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} = \frac{B*A}{\Delta t} = \frac{0.1*\pi R_\oplus^2}{\Delta t} = \frac{0.1\times3\times(6\times10^6)^2}{10^5} = 10^8\ V$$

$$U = Eq = e\times100\ MV = 100\ MeV \times \left(\frac{1.6\times10^{-19}\ J}{1\ eV}\right) = 1.6\times10^{-11}\ J$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} = 1.6\times10^8\ \frac{m}{s}$$





$4H \longrightarrow He + \Delta\varepsilon$; $\Delta\varepsilon = 0.03\, m_p c^2 \longrightarrow 3\times10^{-2} * 1.67\times10^{-27}\,kg * 9\times10^{16}\,\frac{m^2}{s^2} = 45\times10^{-12}\,J$ ($J = kgm^2/s^2$)

$\times \left(\frac{1ev}{1.6\times10^{-19}\,J}\right) = 2.7\times10^{7}\,ev$

we know $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 400\,\frac{km}{s} \longrightarrow$ سرعت ذرات

$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \longrightarrow \frac{2\times10^{-3}}{4\times10^{5}} = 5\times10^{-8} \longrightarrow$ *در هر ثانیه ذرات ما 10^8 بار با ذرات مجاور خود برخورد می‌کنند.

$H + H \longrightarrow D$ ⇝ فرآیند بسیار نادر

$10^{-15}\,m = 1\,fm$



we know $\Rightarrow$ p: $e = 1.6\times10^{-19}\,C$

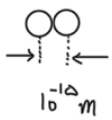
محاسبه کنیم با توجه به سرعت داده شده آیا می‌توانند از نزدیک‌ترین جا به هم نزدیک شوند؟ یعنی آیا دو پروتون می‌رسند همدیگر را لمس کنند؟

* $\varepsilon = \frac{kq_1q_2}{r}$ * ⇝ $r = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon} \longrightarrow -\Delta U = W = \Delta k \longrightarrow \frac{kq_1q_2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$, $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$

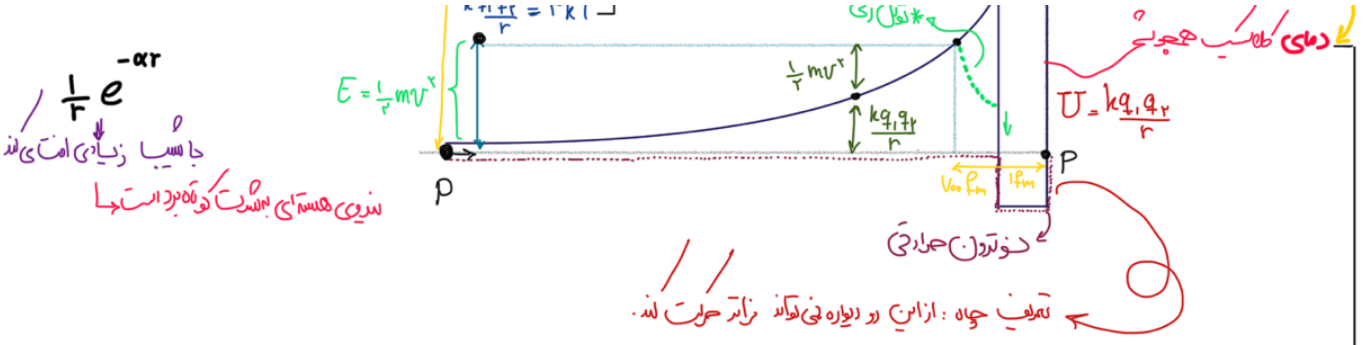
$r = 2\times10^{-13}\,m = 200\,fm$

$\varepsilon = \frac{3}{2}kT$

فاصله‌ی تقریبی بین دو پروتون‌ها باید از چه حدی ایجاد خودشان باشد؛ در غیر این صورت اگر ابعاد خیلی نزدیک باشد نیروی دافعه‌ی الکتریکی بسیار زیاد ایجاد می‌شود.

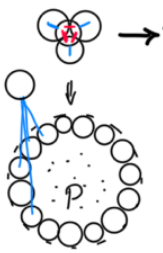






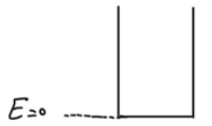
دلیلی که علی‌رغم دانستن $E=mc^2$ نمی‌توانستم قضیه خودسیم حل کنم.

چاه پتانسیل؟ → پیوندهای ایجاد شده بین هسته‌ها



* مفهوم تونل زنی: ماهوف احتمال تونل زنی رو محاسبه کرد.

چاه پتانسیل بی نهایت ⇐



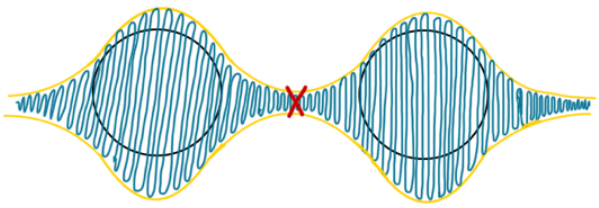
اصل عدم قطعیت هایزنبرگ

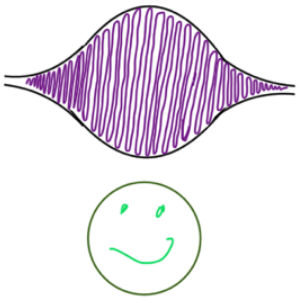
$\Delta x\,\Delta p \sim h \longrightarrow \frac{kq_1q_2}{r}=\frac{3}{2}kT=\varepsilon \to \frac{kq_1q_2}{(h/\Delta p)}=p^2/2m$

$\Rightarrow \frac{kq_1q_2}{h}p=\frac{p^2}{2m} \to \frac{2mk}{h}q_1q_2=p \quad , \quad \Delta x=\frac{h}{p}=\frac{h^2}{2mkq_1q_2} \to \frac{3k}{T}=\frac{kq_1q_2}{h^2/2mkq_1q_2}=\frac{k^2}{h^2}(q_1q_2)\,2m$

$\Rightarrow T=V_1\,a\times 10^{4}k$ → دمای دانستنی هیچ‌جایی

* چون در فواصل دورتر هنوز tail صدنشده پس هنوز احتمال برخورد وجود دارد.





$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2}-\frac{2u}{r}=Eu \longrightarrow E_n=\frac{E_1}{n^2}$

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \quad , \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0$$

$$\left(\frac{p^2}{2m} + V - E\right)\psi = 0 \qquad p \to -i\hbar\frac{d}{dx}(\psi)$$

$$\Longrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

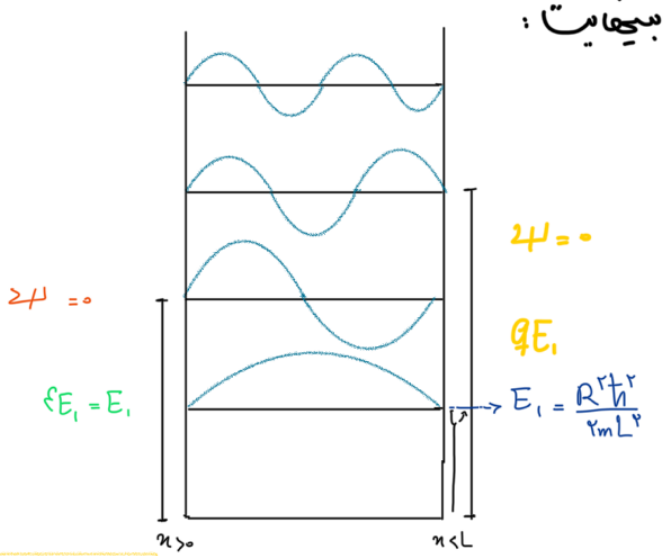
پتانسیل چاه بی‌نهایت:

$$Y = A\sin(kx - \omega t)$$

$$V \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & x < 0 \\ & x > L \end{cases}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \dots\dots \lambda_{\text{ذرات}} = \frac{h}{p}$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{1}{c^2}\frac{d^2}{dt^2}\right)y = 0$$



$$\psi = A\sin\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x + B\cos\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x$$

$$\psi' = A\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\cos\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x - B\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\sin\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x$$

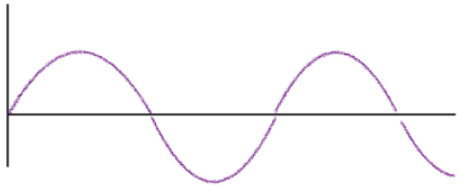
$$\psi'' = -A\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)\cos\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x - B\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)\cos\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x \longrightarrow \psi'' = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$\Rightarrow (B = 0)$$

$$\to x = 0 \Rightarrow \psi = 0 = A*0 + B*1 = 0$$

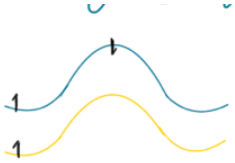
$$\to x = L \Rightarrow \psi = A\sin\left(\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}L\right) = 0$$

$$\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} * L = n\pi \longrightarrow \frac{2mEL^2}{\hbar^2} = n^2\pi^2 \dots\dots \Rightarrow E = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \quad , E_n = n^2E_1$$



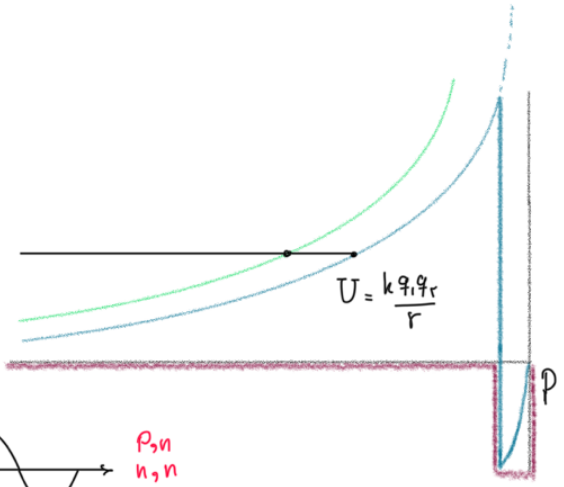
$$U = -\mu \cdot B = -\mu B\cos\theta$$

neutron



$p+p \rightarrow D + e^+ + \nu$

$p \rightarrow n + e^+ + \nu$

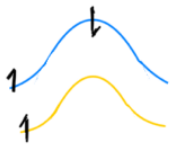


$1s^2$

n(p)

n+1 (n)

neutron

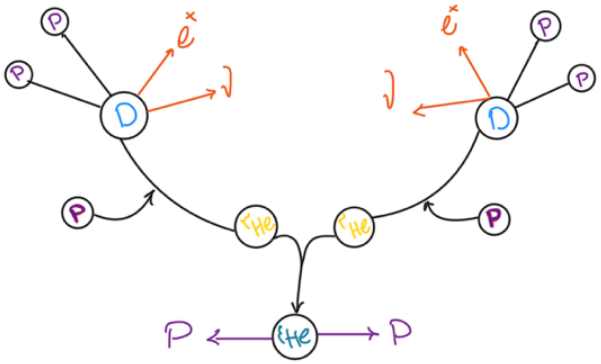


$He + He + He \rightarrow C + \varepsilon'$

$\varepsilon' = 7.4\ Mev \dots\rightarrow \frac{7.4}{12} = 0.61$

$1s^2$

$\begin{cases} p + D \rightarrow {}^3He \\ {}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + 2p \end{cases}$



$6p \rightarrow {}^4He + 2e^+ + 2\nu + \varepsilon$

$\Delta E = 0.03\, m_p c^2 = 27\ Mev$

$25.9\ Mev$

* مثال ترتیب نشستن مسابقه‌ها روی صندلی‌های مترو را به یاد بیاورید. صندلی‌هایی که نزدیک هسته‌اند و هدف ابزار هسته‌ای آهنی نشسته‌اند برای مسابقه ایستاده و جای مطلوب‌تری است پس زودتر پر می‌شوند.

$^4He + {}^4He \rightarrow {}^8Be$

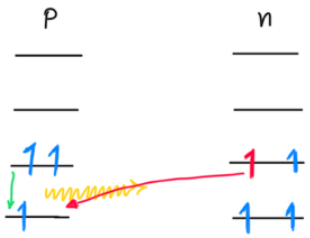
He + He ↵

$^{8}Be \rightarrow {}^{4}He + {}^{4}He$

$He + He \rightarrow Be$

$^{8}Be + {}^{4}He \rightarrow {}^{12}C$ → Triple α reaction

«فرآیند سه آلفا» → { ۱- دمای بالا ۲- چگالی بالا



فرایندهای تند و کند
slow
rapid
دما و چگالی مؤثرند

چرخه‌ی CNO :

C , N , O

$^{12}C + p \rightarrow {}^{13}N$

$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^{+} + \nu$

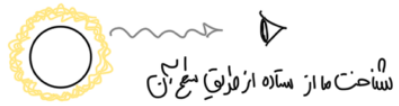
$^{13}C + p \rightarrow {}^{14}N$

$^{14}N + p \rightarrow {}^{15}O$

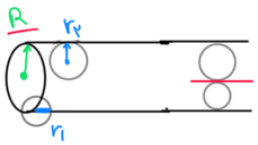
$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^{+} + \nu$

$^{15}N + p \rightarrow \begin{cases} {}^{16}O \\ {}^{12}C + {}^{4}He \end{cases}$

$4p \rightarrow {}^{4}He + 2e^{+} + 2\nu$


ساخت ما از ماده از طریق سطح آن

سطح مقطع برخورد: شکل زیر را در نظر بگیرید. دو ذره‌ی هادرونی که از درون لوله عبور می‌کنند الزاماً به هم برخورد کرده و یا هم برهم‌کنش می‌کنند. مساحت $S=\pi R^2$ را تقریبی می‌گیریم از آن و سطح مقطع برخورد r_1 نسبت به r_2 ی ناچیز.



برای به دام انداختن نوترینو ← ۱- مقدار ماده بسیار زیاد : باید شرایطی ایجاد شود که برخورد کنند.

۲- زمان طولانی

* آزمایش دیویس برای آشکارسازی نوترینو ←

We know $4H \rightarrow He + 2e^+ + 2\nu$

با تشکیل نوترینو و دلیل آن به سطح ستاره ← چیزی که می‌توانیم از درون هسته ستاره آشکار کنیم ← با آشکار نوترینو انفجار به هسته دسترسی پیدا کرده ایم.

دیویس گفت اگر نوترینو به پروتون برخورد کند:

$\begin{cases} \nu + {}^{37}Cl \rightarrow {}^{37}Ar + e^- \\ \nu + n \rightarrow p + e^- \end{cases}$

چطور آشکارسازی کنیم؟ ← با استفاده از محلول که $M_{Cl} = 35/5$ ← ۳ تا از ۷ عدد الکترون هسته بین جرم میانگین ۳۵/۵ است.

${}^{17}Cl \rightarrow$ (p: ۱۷, n: ۱۸) ← ${}^{18}Ar$ (۱۸ الکترون: ۱, ۱, ۱, ۱۴) ← ترکیب نوترون به آن بزنیم

← تبدیل به آرگون می‌شود؟ ← حالا این خونه ها به وسیله ضعیف بسیار است ما متوجه شدیم آرگون تشکیل شده

* هدف برخورد نوترینو ها با ما:

$L = 3/85 \times 10^{26}$

$L_\odot \rightarrow ? \Delta m_\odot \xrightarrow{\frac{\Delta m}{\Delta t} = 4/4 \times 10^9} ? He$ تولید ← نوترینو

$\Delta E = 0/03\, m_p c^2$

$\frac{\Delta m}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{4/4 \times 10^9}{0/03} = 35 \times 4/4 \times 10^9\ kg = 1/32 \times 10^{11}\ kg$ ← هلیوم تولید خورشید برای ? چند تا هلیوم

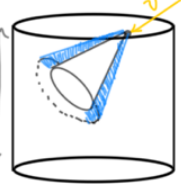
$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\Delta m/\Delta t}{m_{He}} = \frac{1/32 \times 10^{11}}{4 \times 1/67 \times 10^{-27}} = 2 \times 10^{37}\ \frac{He}{s} \rightarrow \frac{\Delta N_\nu}{\Delta t} = 4 \times 10^{37}$

چند نوترینو از ما می‌گذرد؟ ← $\frac{\Delta N_\nu}{\Delta S} = \frac{4 \times 10^{37}}{4\pi (1/5 \times 10^{11})^2} = \frac{1}{V} \times 10^{15}\ \frac{\nu}{m^2}$ ← بدن انسان $\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\Delta N/\Delta t}{m^2}\right) \times S_{\text{بدن}} \simeq 10^{14}\ \frac{\nu}{\text{بدن}}$

حالا این آزمایش ما در 1km زیر زمین قرار گرفته ← همه به خورشید از آن جا ← مقدار $\frac{1}{3}$ مقدار انتظار می‌شود ← نوسان نوترینو ... ← فیزیک مطرح می‌شود.

sk ⟸ Super kamio Cande

Nuntrino detector Aorray



محزن مقابل را در صد بلدیم:

← در آن آب غیر آب دریا رخ میدهد ← الکترونیو با یک آب سنگین (دوتریوم) برخورد کند ⇐

$\begin{cases} \nu + n \rightarrow p + e^- \\ D = (p)(n) \end{cases}$

در آب دریا از هر ۱۶ آب یکی از آنها آب سنگین است.

سرعت e ← سرعت e خیلی زیاد میشود ←

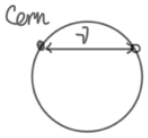
e با سرعتی بیش از سرعت نور شروع به حرکت میکند ← $\frac{c}{n} \rightarrow \frac{c}{1.33} < 0.7c$ ← سرعت e

← تا زمانی که سرعت زیادتر از نور در آب است تابش کرانکوف دیده میشود و تابش متوقف میگردد.

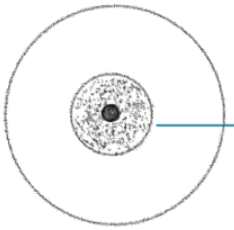
در هر واکنش مقابل، دو نوترینو با دو انرژی مقادیر آزادی دارند:

$$\begin{cases} P+P \rightarrow D+e^+ +\nu \\ P+{}^3He \rightarrow {}^4He+e^+ +\nu \end{cases}$$

* با تقادت انرژی دو نوترینو آزاد شده، اختلاف مخرج دو سهم متفاوت می‌شود که بستگی به آن دارد که سرعت e چقدر بیشتر.



The end State of Stars:



اصطلاحاً سوخت هیدروژن در مرکز ستاره هسته هلیومی ← the end State

۱- WD: کوتوله سفید ← $\bar{m}_{WD} \simeq 0.7 m_\odot$

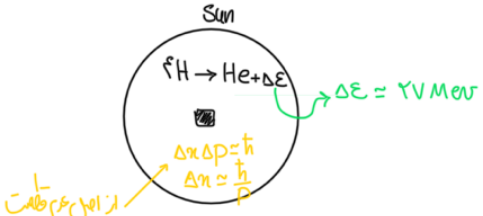
۲- NS: ستاره‌ی نوترونی ← $\bar{m}_{NS} \simeq 1.5 m_\odot$

۳- BH: سیاهچاله ← $\bar{m}_{BH} \geq 3 m_\odot$

White Dwarfs: → حد چاندرسکار → $M_{ch} \simeq 1.4 M_\odot$ ⇒ الزاماً ستاره بیشتر از حد چاندرسکار باشد دیگر کوتوله سفید محقق نخواهد بود.

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{Gmm}{r} = E = 0 \rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \rightarrow$ for $v = c \rightarrow$ شعاع شوارتزشیلد تعریف میشود $\Rightarrow R = \frac{2GM}{c^2}$

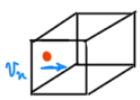
← سرعت فرار جسم از هر فرانشی



مرتبه مقدار انرژی جنبشی ذرات ← $500 ev$

* عرض شاخه‌ی ذرات از لب حرکت می‌کند ← حفظ مثبتی بالا فاصله تعقیب میشه ← وقتی تعقیب میشن تجمع نمی‌رود ملایم

← تعمیم به کوتوله‌ی سفید:



$\Delta P_x = 2m v_x$

$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2P_x}{} = \frac{P_x v_x}{}$

$N \longrightarrow F_N = N\frac{P_n v_n}{L} \longrightarrow P_{\text{وارد}} = \frac{F_N}{A} = \frac{N P_n v_n}{LA} = \frac{N}{V} P_n v_n = n p_n v_n$ (I)

$\Delta V = 1$: n تا ذره داریم ← طوری میخواهیم که یک ذره حضور داشته باشد ← $(\Delta x)^3$ ← n ذره قرار دهیم: $\Delta V = 1$

$(\Delta x)^3 * n = 1$

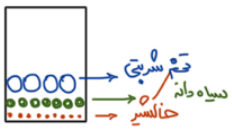
$\Delta x = n^{-1/3} \rightarrow \Delta p_n = \frac{h}{\Delta x} = h n^{1/3}$

$v_n = \frac{p_n}{m_e} = \frac{h n^{1/3}}{m_e}$ (I) $\longrightarrow P = n p_n v_n = n (h n^{1/3})(\frac{h n^{1/3}}{m_e}) = \frac{h^2 n^{5/3}}{m_e}$

$\Rightarrow P_{\text{وارد}} = P_{deg} = 0{,}0785\, \frac{h^2 n^{5/3}}{m_e}$

* هر چقدر ستاره پیرتر شود، ابعاد آن کم شده و ذرات هم نزدیک می‌شوند.

← حجم بیشتر، فشار بیشتر:



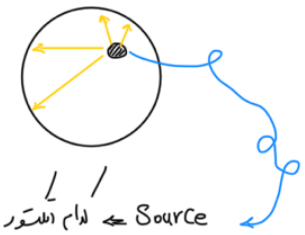
$\Delta x \Delta p \sim h$ ، انرژی تقریباً هم هستند اما جرم‌ها متفاوت

$m_e = \frac{1}{1837} m_p$

$m_x = 4 m_p$ ، $\left(\frac{p^2}{2m}\right) = cte$

$p = C * m \longrightarrow p \propto C * \sqrt{m} \longrightarrow p_e = \frac{1}{43} p_p \Rightarrow (\Delta p_e) = 43 (\Delta p_p) \longrightarrow p_\alpha = 2 p_p \Rightarrow$ منظور کامپتون بزرگتر و در پیشی بیشتر کنیم $\Rightarrow (\Delta x_\alpha) = \frac{1}{2}(\Delta x)_p$

finding n $\xrightarrow{\text{emp}}$ پیدا کردن چاه هست با ارزیابی امواج طوری



Source ← امام انتشار چقدر شدت ارزیابی می‌شد، مقدار و حجم مخزن دقت یافت می‌شود.

* سرعت انتقال صوت در محیط به چگالی ربط دارد. ← ستاره‌ها نیز همین است ← چگالی کم ← خوبان کند

white dwarf : $T = 1S \rightarrow \rho \sim 10^6 \rho_{water}$ ، $\rho_{WD} = 10^9 \frac{kg}{m^3}$

n = تعداد ذرات در واحد حجم $\longrightarrow \begin{cases} \alpha \\ e \\ p \end{cases} \longrightarrow$ در ساختار ستاره‌ها $\rightarrow$ "e" has a big Δx

→ R.f whiteDowarf sets assigneel by electrons.

$\rho = n * m$ ← n_e → الکترونی n

$n_e \rightarrow$ atomic neeular ← جرم متوسط هسته‌ها

$m = n_e \times m_e + n_p \times m_p - n_e m_e + n_n + n_{mp}$

$m_n = A_{mp}$

$m_e = \frac{1}{1837} m_p$

$n_e = z m_n$ ⟶ جرم الکترون در حجم‌ها هیچ تأثیری ندارد.

$\Rightarrow \rho \simeq n_n * A_{mp}$ ---> $n_e = z * n_n$

$\rightarrow n_m = \frac{\rho}{A m_p}$ ⟶ $n_e = \left(\frac{z}{A}\frac{\rho}{m_p}\right)$ $= \frac{1}{2} * \frac{10^9\ kg/m^3}{1.67 \times 10^{-27}\ kg} = 0.3 \times 10^{36}\ \frac{\text{ذره}}{m^3}$

↳ چون $\frac{1}{2}$ است مرحله‌های زوج

$\rightarrow P_{deg} = 0.1054 \frac{h^2}{m_e}\left(\frac{z}{A}\frac{\rho}{m_p}\right)^{\frac{5}{3}}$

$T \sim 10\,MK = 10^7\,K$, $n = 2 \times 10^{35}\ m^{-3}$

$P_{\text{مرز}} = nkT = 9 \times 10^{19}\ \frac{N}{m^2}$

$P_{deg} = 0.05 \times \frac{9.19 \times 10^{-14}\ (J.S)^2}{9 \times 10^{-31}\ kg} \times (3 \times 10^{35}\ \frac{\text{ذره}}{m^3})^{5/3}$ Pa ← پاسکال

$\rightarrow P_{deg} = 110 \times 10^{14}$

$P_{gas} \sim \frac{1}{20} P_{deg}$

* فشار ستون جرم توسط P_{deg} تحمل می‌شود نه فشار گاز ← عاملی که شعاع WD را تعیین می‌کند ، مقدار Δx ذرات و مشخصا Δx الکترون‌ها است.

$(\Delta x_e) = 50\,(\Delta x)_p$

↳ پس الکترون‌ها تعیین کننده‌اند ← چون Δx آن‌ها بسیار کوچک است ← پروتون‌ها وزن α آورند

فشار مرکز به سمت بیرون : $P_{\text{مرز}} = \alpha \frac{GM^2}{R^4}$

$P_G = P_{deg}$ ⟸ نیرو به سمت داخل / نیرو به سمت خارج

$\Rightarrow \alpha \frac{GM^2}{R^4} = 0.057 \times \frac{h^2}{m_e}\left(\frac{h}{m_e}\right)\left(\frac{z}{Am_p}\right)^{\frac{5}{3}} \rho^{\frac{5}{3}}$

$R M^{1/3} = \dots \frac{h^2}{m_e G}\left(\frac{z}{Am_p}\right)^{5/3} M^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow R = \alpha \frac{h^2}{m_e G}\left(\frac{z}{Am_p}\right)^{5/3} M^{-1/3}$? $\frac{M^{5/3}}{(\frac{4}{3}\pi)^{5/3} R^5}$

↳ دوتوده سبز برکس ستاره‌ها عمل می‌کند . وقتی جرمش بیشتر می‌شود ، شعاع آن کمتری می‌شود.

$$R \propto M^{1/3}$$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \propto \frac{M}{R^3} \xrightarrow{R \propto M^{1/3}} \frac{M}{M^{-1}} \propto M^2 \Rightarrow \rho \propto M^2$$

چگالی کوتوله سفید با افزایش جرمش، با توان دوم جرمش متناسب و افزایش پیدا میکنه.

شعاع کوتوله سفید رو برای خورشید حساب میکنیم!

$R = 6000\,km$ (5000 Km)

شعاع زمین هست 6000km پس از مرتبه شعاع زمین هست و این یعنی که شعاع خورشید $\frac{1}{100}$ برابر شده

پس چگالی تان صد میلیون برابر بیشتر میشه (تقریباً جرم خورشید با جرم کوتوله سفیدش برابره و تقاوتش خیلی کمه!)

و میشه میلیارد کیلوگرم بر متر مکعب! خیلیه!

نکته: چگالی هسته خورشید اینقدر کمه که فاصله ذرات در مرتبه 1 آنستروم هست!



ولی در کوتوله سفید ← این فاصله میشه 0.01 Å!

اگر انرژی جنبشی الکترون خیلی بیشتر از انرژی سکون بشه آنوقت میتونه این واکنش رو رقم بزنه:

$$e^- + p \rightarrow n + \nu$$

اینطوری گرانش دیگه نمیتونه جلوی اومدن کوتوله سفید بیشتر بشه انرژی جنبشی الکترون به حد نصاب میرسه و پروتون ها و الکترون باهم میشن نوترون و به علت کاهش شعاع وحشتناکی که اتفاق میفته ← میزان سنگینی انرژی گرانش

آزاد میڈیا!

بازم بریم سراغ فشار : همون جا سبک قبل فقط یه جا این که $\rho = n_n m_n$ میشه $\rho = Z m_e n_e + A m_p n_p$

چون جز نوترون نداریم،

$$\Rightarrow P = \frac{h^2}{m_n}\left(\frac{\rho}{m_n}\right)^{5/3}$$

دوباره با جا سبک تلاش،

$$R_{NS} = \alpha \frac{h^2}{G m_n m_n^{5/3}} M^{-1/3}$$

آمم کوتوله سفید R_{NS} رو بر R_{NS} تقسیم کنی و با تقریب $m_n \simeq m_p$ بالیتی دارم،

$$\frac{R_{NS}}{R_{WD}} = \frac{m_e}{m_n}\frac{1}{(Z/A)^{5/3}} = \frac{1}{500}$$

که بازم حساب کنی برای خورشید شعاع ستاره نوترونی میشه $1.5\,Km$ در نتیجه چگالی آن میشه : $5\times10^{17}\ Kg/m^3$

و دوباره حساب کنیم که در صورت داشتن چنین چگالی ای فاصله ذرات ازهم چی میشه ! و این یعنی ذرات کاملاً بهم چسبیده اند!

تازه این فقط برای خورشید بود !

برای حساب انرژی گرانشی ستاره باید این رو بدونی :

$$\Delta E = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R_{NS}} - \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R_{WD}}$$

که برای همون خورشید آفا حساب بکن ببین که تقریبا تابش این انرژی هست (با این فرض که یک سال تابش رخ میده و بعد کل تابش قرار میشه !):

$$\Rightarrow L = 10^{39}\ J/s$$

ولی برای کهکشان هست : $10^{37}\ J/s$ یعنی حدوداً این ۲۵ برابر از یک کهکشان بیشتره !

به همین دلیل اسمش ابرنواختره!

شعاع شوارتزشیلد هم حساب می‌کنیم: از طریق می سه سرعت فرار داریم، $v_{esc}=\sqrt{\frac{2GM}{r}}$

بعد میایم می‌بینیم اگر $v_{esc}=c$ باشه یعنی سرعت نور آنقدر شعاع چقدر است، $R_{sch}=\frac{2GM}{c^2}$

برای خورشید هس : ۳Km !

میدانیم که شعاع ستاره نوترونی یک ستاره با انرژی جرم کمتر میشه ! ولی شعاع شوارتزشیلد برعکسه !

یعنی از یک حدی به بعد جرم زیاد تر بشه شعاع ستاره نوترونی به اندازه شعاع شوارتزشیلد می‌رسه و در این صورت میشه چاله تبدیل میشه

حداکثر اون کاس نداره: این حد برابر ۳ برابر جرم خورشیده!

اگر دسته بندی کنیم:

WD: $M_{ave}\sim 0/6\,M_{Sun}$

NS: $1/4M_{Sun}<M<3M_{Sun}$

BH: $M>3M_{Sun}$

میدانیم که اگر خودتون بخواد از گرانش فرار کنه

به بخشی از انرژی اش رو کم کنه بدون اینکه سرعتش کم بشه پس طول موجش زیاد میشه !

با فرمول روبرو: $\frac{\lambda}{\lambda_0}=\left(1-\frac{R_{sch}}{r}\right)^{-1/2}$ ← اگر $R_{sch}=r$ پس $\frac{\lambda}{\lambda_0}=\infty$ یعنی $\lambda=\infty$ یعنی اصلا قابل شناسایی نمیشن

نصیب این نور بدبخت ! (یعنی انرژی اش میشه صفر!)

میایم از این فرمول حد کلاسیک رو بهش میدیم : یعنی $\frac{R_{sch}}{r}<<1$ که جواب میشه: $\frac{\lambda_0}{\lambda}=1-\frac{R_{sch}}{2r}=1-\frac{GM}{c^2r}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=\frac{1}{\lambda_0}-\frac{GM}{c^2\lambda_0 r}\times\frac{hc}{hc} \qquad E=E_0-\frac{GME_0}{c^2r}$$

انرژی اولیه فوتون زمان آزاد شدن از سطح خورشید یا چنین چیزی!

خودش کمی خود جرم سکون داشت $E_0=m_0c^2$

$E = E_0 - \frac{GMm_0}{r}$ ← نسبیِ مقدار پتانسیلِ ذره عامل هست

r	$\frac{\text{محیط}}{2\pi}$
$30\,Km$	$30\,Km$
$19/32$	20
$8/08$	10
$7/78$	5
⋮	⋮

با فرض کره بودن سیاه‌چاله ←

این جدول رو دریاب :

یعنی محیطای کوچکتر از شعاع داره به‌صورتیل

می‌گفتم وقتی وارد سیاه‌چاله میشیم

یادت باشه $\frac{\text{محیط}}{2\pi}$ = شعاع بدست اومده با محیط

تا اینجا که باید مثل هم باشن ولی نیست

این حالت نشون‌دهنده هندسه ما دیگه این‌جوری نیست





اینجا یعنی خم شده!