Subject:
Date

الکترومغناطیس (۲)

جلسه اول)

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_{free} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \quad (*) \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_f \quad (**) \end{cases} \qquad \begin{cases} \oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_f \\ \oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{L} = 0 \\ \oint_C \vec{H}\cdot d\vec{L} = I_f \ (\text{جریان}) \end{cases}$$

(*) ناقص. فقط زمانی برقرار است (Steady current). که تابع زمان نباشد.

(**) جریان الکتریکی همیشه ایجاد میدان مغناطیسی می کند.

ناقص. چون بخش راجع به تغییر زمانی می شود. (برای میدان مستقل زمانی)

آزمایش فاراده / شروع حرکت ستاره دار (تابع زمان)

ریل نارسانا — B بلورنت — ریل نارسانا — ریل رسانا — L — E_x — $\vec{V}$ ثابت — F_e — F_m

* سیم رسانای ما با سرعت ثابت شروع به حرکت می کند.
یک نیروی مغناطیسی وارد می شود.
(به سمت پایین ← دست راست)

$$\vec{F}_m = q\vec{V}\times\vec{B} \quad (\text{ثابت})$$

$|\vec{F}_e| = |\vec{F}_m|$

$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E}$

بار مثبت سره پایین بار منفی سره بالا. (F_m)
F_e جلوش رو می گیره. با هم برابر می شن.

$q\vec{V}\times\vec{B} + q\vec{E}' = 0 \rightarrow \vec{E}' = -\vec{V}\times\vec{B}$ (مدار باز)

$\vec{E}'$ میدان الکتریکی در دو سر سیم
ضعفا می که ریل نارسانا باشد.

میله ها — $\vec{E}'$ — تبدیل به باتری شده

اگر می خوایم مخنی بسته باشه (۰) ، باید ریل رسانا باشه:

استفاده از زمان از $t=0$ تا $t=t$

جهت جریان القایی

$\vec{F}_m = q\vec{V}\times\vec{B}$ نتیجه می شود.

* جهت جریان القایی از جهت نیروی $\vec{F}_m$

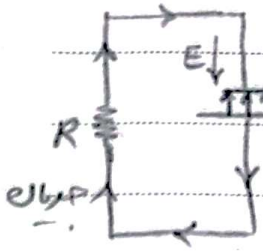
⇓

* جهت جریان القایی ← جهت انتگرال مسیر بسته ← جهت بردار عمود بر سطحی که توسط آن مخنی بسته تعریف می شود. (سطح باز) ← قانون دست راست

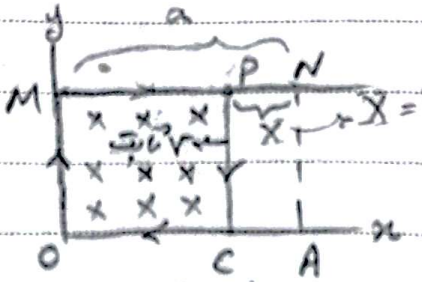
Subject:
Date

جلسه (۴)

$\vec{E} = -\vec{E}' \rightarrow \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$



کار انجام شده برای حرکت بار مثبت در مسیر بسته :



$* \; W = \oint_C \vec{F}.d\vec{L} = \oint_C q\vec{E}.d\vec{L}$

$* \; \xi = \frac{W}{q} = \oint_C \vec{E}.d\vec{L}$ (ولت) emf

نیروی محرکه القایی

جایگذاری $\rightarrow \xi = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}).d\vec{L} \xrightarrow[\text{فقط حرکت می‌کند}]{\text{مسیر PC}} \int_L^{\circ} [v(-\vec{i}) \times B(-\vec{k})].dy\vec{j}$

$\rightarrow \xi = B.v.L$

محاسبه شار $\rightarrow * \; \Phi_B = \int_{OMPC} \vec{B}.d\vec{S} = \int B(-\vec{k}).dS(-\vec{k}) = \int_{OMPC} B.dS = \int_{\circ}^{oc} B.L.dx$

$= \int_{\circ}^{a-vt} B.L.dx \rightarrow \Phi_B = B.L.(a-vt)$

$\frac{d\Phi_B}{dt} = -B.L.v \rightarrow * \; \xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = B.L.v$

* جهت جریان القایی طوری است که با تغییر شار مغناطیسی نسبت به زمان مخالفت می‌کند.

* $\boxed{\oint_C \vec{E}.d\vec{L} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$ — قانون القای فاراده‌ی — (فاراده - هانری)

(مستقل زمانی نسبت به ناظر سکون)

$\boxed{\oint_C \vec{E}.d\vec{L} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}.d\vec{S}}$

— در این مسئله به حرکت داریم (نسبت به ناظر سکون) ،

$* \; \xi = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}).d\vec{L} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}.d\vec{S}$ ، در نتیجه $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$

ناظر سکون — از دید ناظر روی حرکت

Subject :
Date

جلسه سوم

$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad , \quad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_f$

$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad , \quad \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ تک قطبی مغناطیسی نداریم

$\nabla \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \quad , \quad \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{L} = \frac{-d\Phi_B}{dt} = \frac{-d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

انتگرالی (فیزیکی)

میدان مغناطیسی متغیر با زمان ایجاد میدان الکتریکی می کند.

استفاده برای موج الکترومغناطیسی ← استفاده برای رسانا

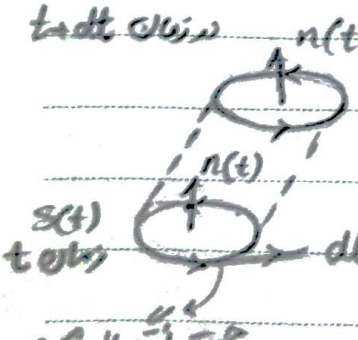
$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f \quad , \quad \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{L} = I_f$ جریان ایجاد میدان مغناطیسی می کند.

ناقص است زیرا نمی تواند تابع زمان باشد (مستقل است)

از دید ناظر ساکن مستقل زمانی است. (میله دارد خطوط میدان را قطع می کند) ← ایجاد جریان القایی و مخالفت با جهت میدان

$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt} = \frac{-d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot ds - \int \vec{B} \cdot \frac{\partial}{\partial t} d\vec{S}$

تغییرات زمانی میدان مغناطیسی



* عمود بر سطح جانبی این سطح بسته $d\vec{L} \times \vec{v}\, dt$

$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow \int_{S(t+dt)} \vec{B} \cdot d\vec{S} - \int_{S(t)} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{سطح جانبی}} \vec{B} \cdot (d\vec{L} \times \vec{v})\, dt$

$\int \vec{B} \cdot d(\vec{S} + d\vec{S}) - \int \vec{B} \cdot d\vec{S} + \oint_{C(t)} \vec{B} \cdot (d\vec{L} \times \vec{v})\, dt = 0 \qquad dt = 0$

$\int B \cdot d(d\vec{S}) + \oint_C d\vec{L} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})\, dt = 0 \rightarrow \int_S \vec{B}\, d(d\vec{S}) + dt \oint_C (\vec{v} \times \vec{B})\, dL = 0$

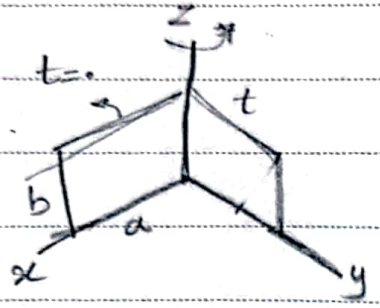
$\rightarrow -\int \vec{B} \cdot \frac{\partial}{\partial t} d\vec{S} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{L} \Rightarrow$ * $\mathcal{E} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{L}$

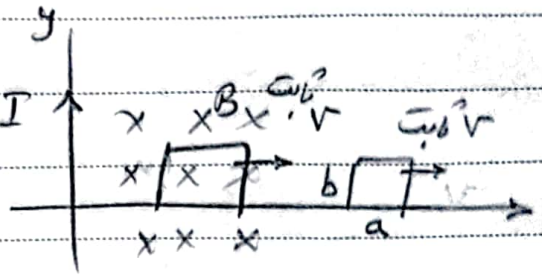
* نیروی محرکه تبدیلی

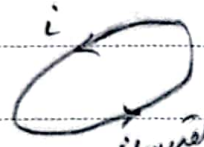
(نیروی محرکه حرکت) Motional electromagnetic force

Subject:
Date

* از دید ناظر ساکن و از دید ناظر در حال حرکت با سیم پیچ







حلقه رسانا ساکن در میدان مغناطیسی با زمان تغییر (جسم جهار)
تابعی از زمان نیست. شار مغناطیسی با زمان تغییر نمی‌کند، $emf = 0$ است.

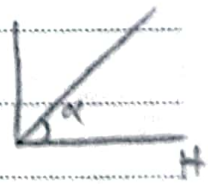
* هرچه تعداد حلقه‌ها بیشتر، میزان کار مورد نیاز برای مخالفت بیشتر است.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

محاسبه ضریب القای خودی و متقابل برای محیط‌های خطی

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \rightarrow \Phi_B = I \cdot L \rightarrow \boxed{L = \frac{\Phi}{I}}$$

* ضریب خود القایی مغناطیسی برای مواد خطی

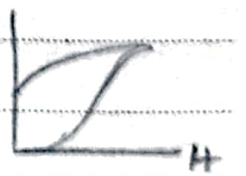


$\tan\alpha = \mu_0$

$$d\Phi = L \cdot dI \rightarrow \boxed{L = \frac{d\Phi}{dI}}$$ برای مواد غیرخطی (H) واحد: هانری

برای مواد خطی مغناطیسی (بی‌مغناطیس و یا مغناطیس)

$$\xi = \frac{-d\Phi}{dt} = \frac{-d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt} \rightarrow \xi = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$



برای مواد غیرخطی $\vec{B} = \mu(H)\vec{H}$

(فرومغناطیس) $\mu = \mu(I)$

* n حلقه جریان داریم و تمام جریان‌ها نسبت به زمان تغییر می‌کنند. شار مغناطیسی گذرنده از حلقه i ام را بدست آورید.

$$\Phi_i = \Phi_{i1} + \Phi_{i2} + \dots + \Phi_{in} = \sum_{j=1}^{n} \Phi_{ij}$$

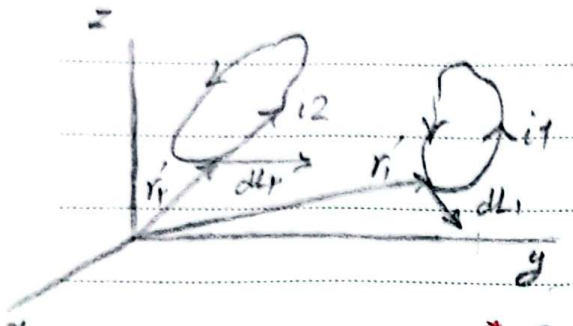
$$\xi_i = \frac{-d\Phi_i}{dt} = -\left(\frac{d\Phi_{i1}}{dt} + \dots + \frac{d\Phi_{in}}{dt}\right) = -\sum_{j=1}^{n} \frac{d\Phi_{ij}}{dt}$$

$$\rightarrow \xi_i = -\sum_{j=1}^{n} \frac{d\Phi_{ij}}{dI_j} \frac{dI_j}{dt}, \quad M_{ij} = \frac{d\Phi_{ij}}{dI_j} \ (i \neq j) \xrightarrow{\text{self inductance}} M_{ii} = L_i = \frac{d\Phi_{ii}}{dI_i}$$

* M_{ij} ضریب القایی متقابل

PAPCO

Subject :
Date



← شار گذرنده از حلقه 2 ناشی از جریان حلقه 1

$$\Phi_{12} = \int_{S_1} \vec{B}_{12} \cdot d\vec{S}_1 = \int_{S_1} (\vec{\nabla}_1 \times \vec{A}_{12}) \cdot d\vec{S}_1$$

$$\Phi_{12} = \oint_{C_1} \vec{A}_{12} \cdot d\vec{L}_1 \overset{*}{=} \oint_{C_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{I_2 \cdot d\vec{L}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \cdot d\vec{L}_1$$

خطی ← تابع جریان نسبت بین $\frac{\Phi}{I}$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{L}_2 \cdot d\vec{L}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \rightarrow L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{L}_2 \cdot d\vec{L}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad *$$

$$L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{L}_1 \cdot d\vec{L}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad *$$

$L_{12} = L_{21} = M$ ←

$d\vec{L}_1 = d\vec{L}_2$ زیرا

غیر خطی ← خود شار تابع جریان نباشد و $\frac{\Phi}{I}$ نسبت .

(*)

$$* \quad L_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi I_1 I_2} \iint \frac{\vec{J}_2 \cdot \vec{J}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} dV_1 \cdot dV_2 \quad \text{mutual inductance}$$

$$* \quad L_{11} = \frac{\mu_0}{4\pi I_1^2} \iint \frac{\vec{J}(\vec{x}_1) \cdot \vec{J}(\vec{x}_1')}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_1'|} dV_1 \cdot dV_1' \quad \text{self inductance}$$

} Neumann formulas

میدان حاصل از مدار 2 (قانون بیو ساوار)

$$\vec{B}_2(\vec{r}_1') = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_2 \frac{d\vec{L}_2 \times (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

$$d\vec{F}_{12} = I_1 \, d\vec{L}_1 \times \vec{B}_2 \rightarrow d\vec{F}_{12} = I_1 \, d\vec{L}_1 \times \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_2 \frac{d\vec{L}_2 \times (\vec{r}_1' - \vec{r}_2')}{|\vec{r}_1' - \vec{r}_2'|^3}$$

Subject:
Date

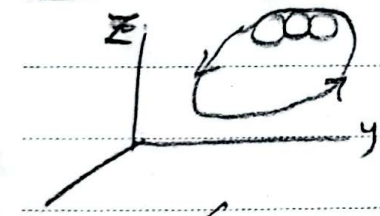
$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_1 \oint_2 \frac{d\vec{L}_1 \times [d\vec{L}_1 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)]}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \left[\oint_1 \oint_2 \frac{d\vec{L}_2 [d\vec{L}_1 \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)]}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} - \oint_1 \oint_2 \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)(d\vec{L}_1 \cdot d\vec{L}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \right]$$

$$= \oint_{C_2} d\vec{L}_2 \left(\oint_{C_1} \frac{d\vec{L}_1 \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \right) \longrightarrow \vec{\nabla}_1 \frac{-1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

$$\int_{S_1} \vec{\nabla}_1 \times \vec{\nabla}_1 \frac{-1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \cdot d\vec{S}_1 = 0$$

$$F_{12} = -F_{21} = \frac{-\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_1 \oint_2 \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)(d\vec{L}_1 \cdot d\vec{L}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$



the element rings even out the inside effect.
beside the following approach, there is an other advanced way

در نظر می‌گیریم سیم بدون جریان و به باتری وصل است. و از لحظه‌ی روشن شدن باتری تا زمانی که I از تابعی از زمان است تا وقتی که steady می‌شود (بازه گذار)

W_{12} → کار لازم برای انتقال حلقه جریان ۲ در حضور حلقه جریان ۱

$$W_{tot} = W_{12} + W_{13} + W_{123} + W_{12} + \cdots \longrightarrow W = \frac{1}{2}(W_{12} + W_{13} + \cdots)$$

$$\longrightarrow W = \frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij}$$

برای المان‌های جریان i و j → $W = \frac{1}{2} \int \vec{F}_{ij} \, d\vec{L}_{ij}$

$$F_{ij} = \frac{-\mu_0 I_i I_j}{4\pi} \oint\oint \frac{(d\vec{L}_i \cdot d\vec{L}_j)(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

Subject :
Date

$$\rightarrow W = \frac{1}{2}\int \vec{F}_{ij} \cdot d\vec{L} = \frac{-\mu_0}{4\pi} I_i I_j \oint\oint \int_{\infty}^{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \frac{d\vec{L}_i \, d\vec{L}_j \, (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} \, d(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

$$W = \frac{-\mu_0 I_i I_j}{4\pi} \oint\oint \int_{\infty}^{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \cdots$$

$$\Rightarrow W = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{J_i J_j \, dV_i \, dV_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \rightarrow \frac{A_i}{2}$$

$$\rightarrow W = \frac{1}{2}\int \vec{J}_i \cdot \vec{A}_i \, dV_i$$

$$* = \frac{1}{2}\int \vec{J} \cdot \vec{A} \, dV$$

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\times\vec{B} \leftarrow * \nabla\times B = \mu_0 J$$

$$* A_i = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{J_j \, dV_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0}\int \vec{\nabla}\times\vec{B} \cdot \vec{A} \, dV$$

vector analysis

$$W = \frac{1}{2\mu_0}\int (\vec{\nabla}\times\vec{B}) \cdot \vec{A} \, dV$$

$$\nabla \cdot (\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\left\{ W = \frac{1}{2\mu_0}\int_V \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})\,dV - \frac{1}{2\mu_0}\int_V \vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})\,dV \right.$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0}\left[\int_V B^2 \, dV - \oint_S (\vec{A}\times\vec{B}) \cdot d\vec{S}\right]$$

(V: حجم کره) (S: سطح کره) (سطح کره) ∞ (شعاع کره)

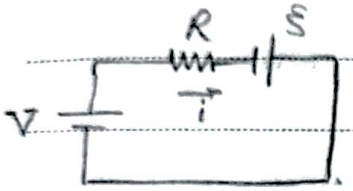
$$\Rightarrow W = \frac{1}{2\mu_0}\int_V B^2 \, dV \rightarrow W = \frac{1}{2}\int_V B \cdot H \, dV$$

Subject :
Date

* $U_E = \frac{1}{2}\int \vec{D}.\vec{E}.dV = \frac{1}{2}\int \varepsilon E^2.dV$ ($\varepsilon \to \varepsilon_0 K$) $\quad \begin{cases} D = \varepsilon E \\ B = \mu H \end{cases}$ حالت سیستم

* $U_\mu = \frac{1}{2}\int \vec{B}.\vec{H}.dV = \frac{1}{2}\int \mu H^2.dV = \frac{1}{2}\int \frac{B^2}{\mu}.dV$ ($\mu \to \mu_0 K_m$)

هر جا میدان الکتریکی داریم انرژی الکتریکی ذخیره شده داریم.
هر جا میدان مغناطیسی داریم هم انرژی مغناطیسی ذخیره شده داریم.



$V - iR + \xi = 0 \to V - iR - \xi$

$V = iR + L.\frac{di}{dt} \to Vi = Ri^2 + L.i.\frac{di}{dt}$

$\to \frac{dW}{dt} = Li\frac{di}{dt} \to \boxed{\frac{dW}{dt} = -\xi i} \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -\xi.I$

* برای محاسبه کار کل برای ایجاد جریان I در یک مدار بسته : $U = \frac{1}{2}LI^2$: $L = \frac{\phi}{I} \to U = \frac{1}{2}\phi.I$
(self-inductance ضریب خودالقایی)

$\frac{dW}{dt} = \frac{dU}{dt} = -\xi.I \to \frac{dU}{dt} = -(-L\frac{dI}{dt}).I \to dU = L.I.dI \to U = \frac{1}{2}LI^2$

مثلا برای $n=3$ داریم : $\frac{dW}{dt} = \frac{dU}{dt} = I_1(-\xi_{11} - \xi_{12} - \xi_{13}) + I_2(-\xi_{21} - \xi_{22} - \xi_{23}) + I_3(-\xi_{31} - \xi_{32} - \xi_{33})$

$= M_{11}$

$\to \frac{dU}{dt} = I_1(L_1\frac{dI_1}{dt} + M_{12}\frac{dI_2}{dt} + M_{13}\frac{dI_3}{dt}) + I_2(M_{21}\frac{dI_1}{dt} + L_2\frac{dI_2}{dt} + M_{23}\frac{dI_3}{dt}) + I_3(M_{31}\frac{dI_1}{dt} + M_{32}\frac{dI_2}{dt} + L_3\frac{dI_3}{dt})$

$\to \frac{dU}{dt} = L_1 I_1\frac{dI_1}{dt} + L_2 I_2\frac{dI_2}{dt} + L_3 I_3\frac{dI_3}{dt} + M_{12}(I_1\frac{dI_2}{dt} + I_2\frac{dI_1}{dt}) + M_{23}(I_2\frac{dI_3}{dt} + I_3\frac{dI_2}{dt}) + M_{13}(I_1\frac{dI_3}{dt} + I_3\frac{dI_1}{dt}) \Rightarrow$ بیشتر

Subject :
Date

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(L_1 I_1^2) + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(L_2 I_2^2) + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(L_3 I_3^2) + M_{12}\frac{d}{dt}(I_1 I_2) +$$

$$M_{23}\frac{d}{dt}(I_2 I_3) + M_{13}\frac{d}{dt}(I_1 I_3)$$

انتگرال از صفر تا t ← مقدار نهایی

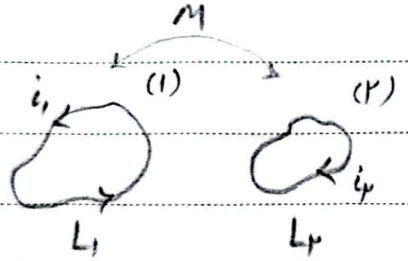
$$U = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + \frac{1}{2}L_3 I_3^2 + M_{12} I_1 I_2 + M_{23} I_2 I_3 + M_{13} I_1 I_3$$

با استقرا رابطه کلی به شکل زیر است:

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} L_i I_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} M_{ij} I_i I_j \quad (i \neq j)$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} M_{ij} I_i\right) I_j \rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} I_i \phi_i}$$

($\sum_{j=1}^{n} M_{ij} I_i \rightarrow \phi_i$)



به دست آوردن رابطه بین L_1, L_2, M

$$U = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + \frac{1}{2}(2M i_1 i_2) \rightarrow$$

$$U = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \rightarrow \lim_{x\to\infty} a + b\frac{y}{x} + c\frac{y^2}{x^2} + \frac{d}{x} + \frac{e\cdot y}{x^2} + \frac{f}{x^2} = 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{y}{x} = m$ شیب مجانب

$b^2 - 4ac > 0$ هذلولی

$b^2 - 4ac = 0$ سهمی

$b^2 - 4ac < 0$ بیضی

$$M^2 - (2 \times \frac{1}{2}L_1)(\frac{1}{2}L_2) < 0 \rightarrow M^2 < L_1 L_2$$

$$|M| < \sqrt{L_1 L_2} \rightarrow -\sqrt{L_1 L_2} < M < \sqrt{L_1 L_2}$$

$M = K\sqrt{L_1 L_2}$ ، $M = -K\sqrt{L_1 L_2}$ که K ضریب جفت‌شدگی است.

Subject :
Date

جلسه هفتم)

$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f$, $\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f$

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$, $\oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ تک قطبی وجود ندارد

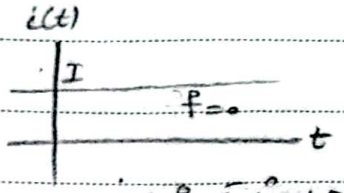
$\nabla \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ میدان الکتریکی ایجاد میدان مغناطیسی متغیر با زمان

$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f$, $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f$

اگر کمیت ها مستقل از زمان باشند

مثلا ρ مستقل باشد: $\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$

$i(t) = I$



جریان ثابت، f صفر.

$\lambda = \frac{c}{f} \xrightarrow{f=0} \lambda \rightarrow \infty$

$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6 \times 10^6 \, m = 6000 \, km$ ← $f = 50 \, Hz$ برق شهری

تابش قابل ملاحظه نیست

ابعاد مدار کمتر از 600 km است

جریان پایا: $\nabla \cdot \vec{J} = 0 \rightarrow \oiint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0$ $\int \nabla \cdot \vec{J} \, dv = 0 \rightarrow \oiint \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0$

حالت خاص

جمع جریان های وارد شده به هر نقطه در مدار

برابر است با جمع جریان های خارج شده از آن نقطه.

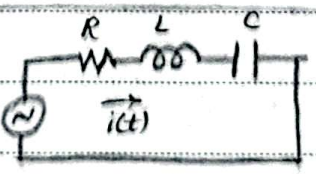
جریان پایا: $\nabla \times \vec{E} = 0 \rightarrow \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow KVL$ جمع جبری اختلاف پتانسیل الکتریکی همراهان

در یک حلقه بسته برابر با صفر است.

جلسه هشتم) $\nabla \times H = J_f$

جریانهای کند متغیر → تحلیل مدار

KVL, KCL



$V(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) \, dt \xrightarrow[\text{مشتق}]{} R \cdot \frac{di(t)}{dt} + L \cdot \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{i(t)}{C} = \frac{dV(t)}{dt}$

$V(t) = V_0 \cos \omega t$ به طور کلی $V_1(t) = V_1 \cdot e^{i\omega t}$

* زمانی که جریان steady باشد Radiation آن قابل ملاحظه نباشد.

* مدرک خصوصی سوال نمی آید.

Subject:
Date

روش مختلط: $v_1(t) = V_1 e^{i\omega t}$, $i_1(t) = I_1 e^{i\omega t}$ $\Rightarrow R\frac{di_1(t)}{dt} + L\frac{d^2 i_1(t)}{dt^2} + \frac{i_1(t)}{C} = \frac{dv_1(t)}{dt}$

مشتق گیری $\rightarrow R I_1 i\omega e^{i\omega t} + L I_1 (i\omega)^2 e^{i\omega t} + \frac{I_1 e^{i\omega t}}{C} = V_1 (i\omega) e^{i\omega t}$ تقسیم بر $i\omega e^{i\omega t}$

$V = \underbrace{\left[R + i\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]}_{Z} I_1 \rightarrow V = Z I_1$

$\hookrightarrow Z = R + i\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$ (امپدانس (مقاومت ظاهری))

$X_L = L\omega$, $X_C = \frac{-1}{C\omega}$ $\rightarrow$ $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$ = راکتنس

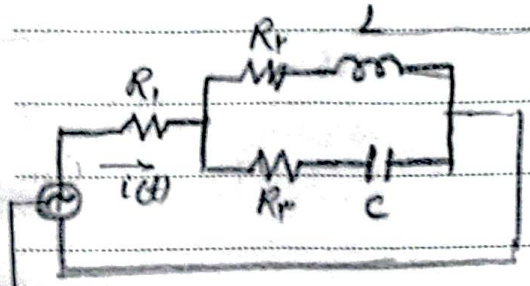
$\cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$

$V_0 \sin\omega t \rightarrow V_1 e^{i\omega t}$

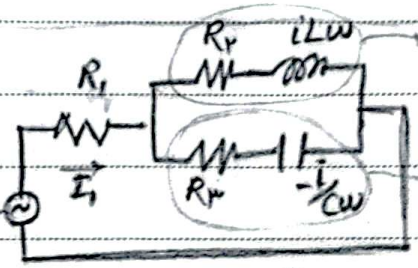
$\hookrightarrow V_0 e^{i\frac{\pi}{4}}$

$v_1 \cos\omega t \rightarrow V_1 e^{i\omega t}$

$R \rightarrow R$, $L \rightarrow iL\omega$, $C \rightarrow \frac{-i}{C\omega}$



تبدیل مدار / (مدار) معادل



$v_0 \sin\omega t = V_1 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$ $\quad V_1 = V_0 e^{-i\frac{\pi}{4}}$

$\hookrightarrow I_1$ بدست می‌آید

$I_1 = \frac{V_1}{Z} = \frac{V_0 e^{i\frac{\pi}{4}}}{Z}$

$\Rightarrow Z = R_1 + \frac{(R_2 + iL\omega)(R_3 - \frac{i}{C\omega})}{R_2 + iL\omega + R_3 - \frac{i}{C\omega}} = \alpha + i\beta$

$I_1 = \frac{V_0 e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\alpha + i\beta} = \frac{V_0 e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\, e^{i\delta}} = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \cdot e^{-i(\frac{\pi}{4}+\delta)}$

ادامه دارد

Subject :
Date

$v_1(t) = V_0 e^{-i\frac{\pi}{4}} e^{i\omega t} \rightarrow v(t) = Re\left[V_0 e^{-i\frac{\pi}{4}} e^{i\omega t}\right] = V_0 \sin\omega t$

$i(t) = Re\left[I_0 e^{i\omega t}\right] \rightarrow i(t) = Re\left[\frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} e^{-i(\frac{\pi}{4}+\gamma)} \cdot e^{i\omega t}\right]$

$i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} Re\left[e^{i(\omega t - \frac{\pi}{4} - \gamma)}\right] \rightarrow i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4} - \gamma)$

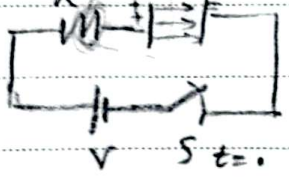
$i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \sin(\omega t - \gamma)$

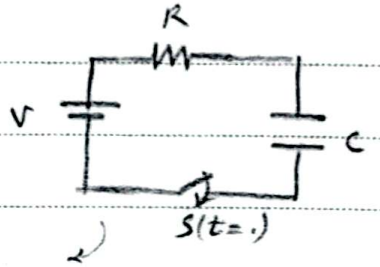
$\rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_f + \vec{F} \xrightarrow{\text{دیورژانس}} \vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \vec{\nabla}\cdot\vec{F} = 0$ (قرار نمیدهیم)

$\vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\cdot\vec{D} \rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \vec{\nabla}\cdot\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \xrightarrow[\text{و } D \text{ هم‌جهت‌اند}]{F \text{ هم‌جهت}} F = \frac{\partial D}{\partial t}$

○ $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, $\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_f + \varepsilon \frac{d}{dt}\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \rightarrow \vec{J}_D$ چگالی جریان جابجایی





جریان جابجایی $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$, $I_D = \varepsilon \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$ سطح خازن

$v_c(t) = V(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$ $t \geq 0 \rightarrow q(t) = C.V(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$\sigma = \frac{q(t)}{A} = \frac{C.V}{A}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$, $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{C.V}{\varepsilon.A}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$J_D = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{V}{R.A} e^{-\frac{t}{RC}}$ $I_D = \int_{\text{سطح خازن}} \vec{J}_D \cdot \vec{n}\, da = \int_{\text{سطح}} J_D \cdot da = J_D \cdot A = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

$D = \varepsilon E = \frac{C.V}{A}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ $t > 0 \Rightarrow$ $I_D = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{R.C}}$ = جریان جابجایی

Subject:
Date

مثال: میدان الکترومغناطیسی دارای انرژی است. (انرژی الکتریکی و مغناطیسی)

انرژی الکترومغناطیسی = ؟ $\quad U_E = \frac{1}{2}\int \vec{D}.\vec{E}\, dV$

$$U_M = \frac{1}{2}\int \vec{B}.\vec{H}\, dV$$

$$(3).\vec{H} - (4).\vec{E} = H.\vec{\nabla}\times\vec{E} - \vec{E}.\vec{\nabla}\times\vec{H} = -H.\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} - \vec{E}.\vec{J} - E.\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \nabla.(\vec{E}\times\vec{H}) = -\vec{H}.\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} - E.\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} - \vec{J}.\vec{E}$$

محیط‌های خطی و غیرپاشنده (دوقطبی‌های خطی و غیرپاشنده) $(\vec{B}=\mu\vec{H},\ \vec{D}=\varepsilon\vec{E})$ می‌دانیم

$$\rightarrow \vec{E}.\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \frac{1}{2}\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}(E^2) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\vec{D}.\vec{E}\right)$$

$$\rightarrow \vec{H}.\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{2}\mu\frac{\partial}{\partial t}(H^2) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\vec{B}.\vec{H}\right)$$

ادامه: $\quad \vec{\nabla}.(\underbrace{\vec{E}\times\vec{H}}_{\vec{S}}) = \frac{-\partial}{\partial t}\underbrace{\frac{1}{2}(\vec{D}.\vec{E}+\vec{B}.\vec{H})}_{u} - \vec{J}.\vec{E}$

u: انرژی الکترومغناطیسی در واحد حجم

بردار پوینتینگ $\quad \vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{-\partial u}{\partial t} = \vec{\nabla}.\vec{S} + \vec{J}.\vec{E}}$$

قانون بقای انرژی در میدان الکترومغناطیسی (با تعریف پوینتینگ)

$$-\frac{d}{dt}\int_v u\, dV = \oint_s \vec{S}.\underbrace{d\vec{s}}_{\vec{n}da} + \int_v \vec{J}.\vec{E}\, dv$$

Subject :
Date

توان میدان الکترومغناطیسی در حجم τ

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \vec{\nabla}.\vec{S} + \vec{J}.\vec{E} \longrightarrow -\frac{d}{dt}\int u.d\tau = \oint_S S.n.da + \oint_\tau \vec{J}.\vec{E}\,d\tau$$

جلسه دهم

$$dW = \vec{F}.d\vec{L} \rightarrow dW = q(\vec{E}+\vec{V}\times\vec{B}).\vec{V}.dt \rightarrow dW = dq\vec{E}.\vec{V}dt$$

$$dW = \vec{E}.\vec{V}.\rho.d\tau.dt \rightarrow dW = \vec{J}.\vec{E}.d\tau\,dt$$

$$\frac{dW}{dt} = \vec{J}.\vec{E}\,d\tau$$

کار میدان الکترومغناطیسی در واحد زمان

برای ورود بیرد به الکترون آزاد. (کار در واحد زمان ← توان)

$\vec{J}.\vec{E}$

توان داده شده از میدان الکترومغناطیسی ← توان میدان الکترومغناطیسی در واحد حجم

به بار الکتریکی در واحد حجم

* فرض می کنیم انرژی میدان مغناطیسی در واحد زمان (برای هر نقطه) در حال کاهش است:

if $\frac{\partial u}{\partial t} < 0 \longrightarrow -\frac{\partial u}{\partial t} > 0 \rightarrow$

- $\int \vec{J}.\vec{E} > 0$ ← صرف حل دادن بارهای آزاد در رسانا (توان زولی)
- $\vec{\nabla}.\vec{S} > 0$ ← از سطح بسته خارج می شود

* تابش زمانی اتفاق می افتد که انتگرال بالا در خواص دور صفر نشود.

اگر $\vec{J}.\vec{E} < 0$ شود، توان داده شده از بار الکتریکی به میدان الکترومغناطیسی

$\oint_S \vec{S}.\vec{n}\,da$ = توان در سطح بسته S (W)

$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$ $\left(\frac{W}{m^2}\right)$ توان در واحد سطح

← بردار پوینتینگ

$\lim_{S\to\infty} \oint \vec{S}.\vec{n}\,da \neq 0$ ← تابش الکترومغناطیسی داریم.

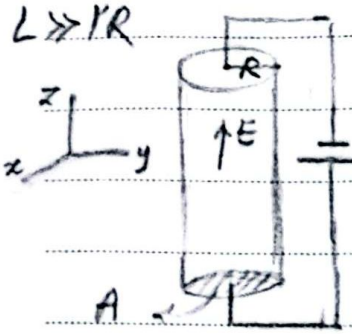
شرط تابش

○ اگر بردار پوینتینگ تابعی از زمان باشد ولی شرط تابش برقرار نشود، آنگاه نتیجه می گیریم میدان الکترومغناطیسی ساکن است.

Subject :
Date

* مسئله ۵: سیم طویل به طول L داریم و به آن باتری V را وصل می‌کنیم.

$L \gg 1R$



$\vec{E} = \frac{V}{L}\hat{a}_z \quad (0<r<R)$

* بردار جهت قضیه پوئینتینگ

$r \to$ طول سیم

$B = \frac{\mu_0 I \cdot r}{2\pi R^2}\hat{a}_\phi \to \vec{H} = \frac{I \cdot r}{2\pi R^2}\hat{a}_\phi$ قضیه آمپر

$$\underbrace{\frac{-d}{dt}\int_v u\,dv}_{\text{صفر}} = \int_v \vec{J}\cdot\vec{E}\,dv + \oint_s \vec{S}\cdot\vec{n}\,da$$

سطح مقطع سیم

* $\int_v \vec{J}\cdot\vec{E}\,dv = \int g E^2\,dv = \int g\cdot\frac{V^2}{L^2}\,dv = \frac{g\cdot V^2}{L^2}\cdot A\cdot L$

$\to \frac{gV^2A}{L} = \frac{V^2}{L/g\cdot A} = \frac{V^2}{1R} = V\cdot I$

* $\oint_s \vec{S}\cdot\vec{n}\,da = \int \frac{V\cdot I\cdot r}{2\pi R^2\cdot L}\Big|_{r=R}(-\hat{a}_r)\cdot R\,d\phi\cdot dz\,\hat{a}_r$

$= \frac{-V\cdot I}{2\pi L}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{L} dz \to \oint_s \vec{S}\cdot\vec{n}\,da = -V\cdot I$

* مسئله: برای یک سیملوله طویل ایده‌آل به طول L که شامل n دور سیم نازک در واحد طول و حامل جریان پایای I است، صحت قضیه پوئینتینگ را بررسی کنید.

Subject:
Date

○ انتشار امواج الکترومغناطیسی ← هر موجی یک میدان الکترومغناطیسی است.

معادله موج الکترومغناطیس برای $\vec{E}$ و $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \xrightarrow{\text{کرل}} \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{H}) - \nabla^2\vec{H} = \sigma \vec{\nabla}\times\vec{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\times\vec{E}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -\nabla^2\vec{H} = -\mu\sigma\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} \rightarrow \boxed{\nabla^2\vec{H} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0}$$

معادله موج با اثر تضعیفی ← جمله تضعیفی (تضعیف برای محیط‌های رسانا برقرار است)

جلسه یازدهم)

$$\nabla^2\vec{H} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$$ معادله موج با اثر تضعیفی

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \xrightarrow{\text{کرل}} \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} = -\mu\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{H})$$

$$\sigma E \leftarrow J + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

محیط استشار امواج الکترومغناطیسی بدون بار خارجی است.

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} = 0$$

ادامه $\Rightarrow -\nabla^2\vec{E} = -\mu\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \rightarrow \boxed{\nabla^2\vec{E} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0}$

معادله موج با اثر تضعیفی

تحلیل برای یک موج تک فرکانس (تک‌فام)

حقیقی یا مختلط $\vec{E}(\vec{r},t)$ ← r و t متغیر

$$\rightarrow \underset{\text{مختلط}}{\vec{E}(\vec{r},t)} = \underset{\text{مختلط}}{\vec{E}(\vec{r})}.\, e^{-i\omega t}$$

معادله موج الکترومغناطیسی در حالت $(\sigma=0,\ \mu=\mu_0,\ \varepsilon=\varepsilon_0)$

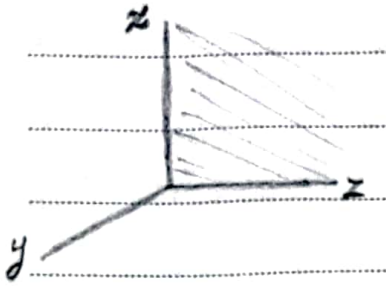
$$\nabla^2\vec{E}(\vec{r}).e^{-i\omega t} - \mu\varepsilon(-i\omega)^2\vec{E}(\vec{r}).e^{-i\omega t} - \mu\sigma.(-i\omega).\vec{E}(\vec{r}).e^{-i\omega t} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\nabla^2\vec{E}(\vec{r}) + (\omega^2\mu\varepsilon + i\omega\mu\sigma)\vec{E}(\vec{r}) = 0}$$

معادله موج تک‌فام برای مولفه‌های مکانی (معادله در توابع مختلف)

Subject:
Date

$\nabla^2\vec{E}(\vec{r}) + k^2\vec{E}(\vec{r}) = 0$ ① در خلاء $\rho = 0$ $\quad k = \frac{\omega}{c} \rightarrow k^2 = \omega^2\mu\varepsilon_0 = \frac{\omega^2}{c^2}$



* بررسی امواجی که بر حوالی در صفحه (x,z) :

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(x,z)$

فرض: مولفه x مربوط به E مطرح است:

$\Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = E_x(x,z).\hat{a}_x \rightarrow \vec{\nabla}.\vec{E}(\vec{r}) = 0$

$\vec{\nabla}.E_x(x,z).\hat{a}_x = 0 \rightarrow \frac{\partial E_x(x,z)}{\partial x} = 0 \rightarrow E_x(x,z) = E_x(z)$

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_x(z)\hat{a}_x$ ②

①,② $\rightarrow \frac{d^2E_x(z)}{dz^2} + k^2E_x(z) = 0 \rightarrow E_x(z) = E_0.e^{\pm ikz}$

$\vec{E}(z,t) = E_x(z).e^{-i\omega t} = E_0.e^{-i(\omega t \pm kz)}\hat{a}_x$ موج پیش رونده در جهت z+

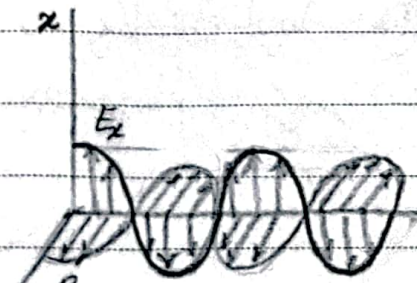
$\vec{E}(z,t)|_{physical} = Re[\vec{E}(z,t)] \rightarrow \vec{E}(\vec{r},t) = E_0\cos(\omega t \mp kz).\hat{a}_x$

موج پیش رونده در جهت z-

$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$, $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{f\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}$ ← عدد موج

$E_x(z,t) = E_0.\cos(\omega t - kz)$

$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \frac{-\partial\vec{B}}{\partial t} \rightarrow \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-\partial\vec{B}}{\partial t}$



$B_y(z,t) = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)$

راستای انتشار موج (S)

$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = \text{---}\hat{a}_z$ بردار پوئینتینگ

صفحه عمود بر راستای انتشار موج

(" " " " بردار پوئینتینگ)

صفحه‌ای با مولفات صفحه xy ← (Transverse plane) E و B در آن‌اند

صفحه عرضی

PAPCO

← ادامه در بعد

Subject :
Date

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0}{\mu_0 c}\cos(\omega t - kz)\,\hat{a}_y$ $\qquad \mu_0 c = \mu_0 \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\ \Omega$

$= 377\ \Omega$

از مثلث: $H_y(z,t) = \frac{B_y(z,t)}{\mu_0} = \frac{E_0}{\mu_0 c}\cos(\omega t - kz)$

$\mu_0 c \to \eta_0$

امپدانس مشخصه خلأ

$\eta_0 = \frac{E_x(z,t)}{H_y(z,t)} = \mu_0 c$

ممکن است صورت و مخرج هم فاز نباشند.

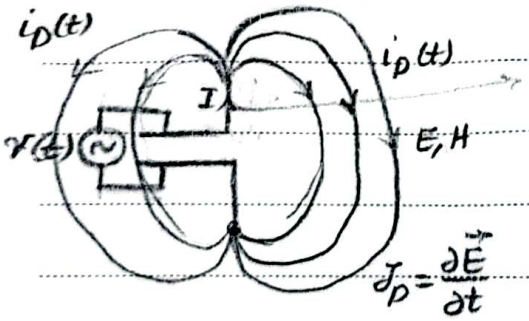
$\eta = \frac{E \text{ فازور}}{H \text{ فازور}} = \frac{E_0 e^{-i(\omega t - kz)}}{\frac{E_0}{\mu_0 c} e^{-i(\omega t - kz)}} \Rightarrow \eta = \mu_0 c = 120\pi$

$= 377\ \Omega$

Ω (یا اهم) $= \frac{V/m}{A/m} = \frac{V}{A}$

$\eta_0 = \frac{E \text{ فازور}}{H \text{ فازور}}$ خلأ

جلسه ( ) جریان DC تنها در مسیر بسته می ماند.



جریان در سلف

$\oint_{S\to\infty} \vec{S}\cdot\vec{n}\,da \neq 0$ توان متوسط دارد

موج

1) محیط نارسانا است و $\varepsilon \to \varepsilon_k$ را انجام دهید.

$\nabla^2\vec{E} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\tilde{K}\vec{E} = 0 \to \nabla^2\vec{E} + K^2\vec{E} = 0$

$K = \frac{\omega}{c}$ $\qquad c' = \frac{c}{\sqrt{K}} \to c' = \frac{c}{n}$ سرعت نور در محیط

2) محیط با خاصیت رسانندگی:

$\nabla^2\vec{E}(\vec{r}) + (\omega^2\mu\varepsilon + i\omega\mu g)\vec{E}(\vec{r}) = 0$

(رسانندگی $m\Omega$)

Subject:
Date

* برای محیط با خاصیت نارسانایی بالا ؟ شرط محیط با رسانندگی خیلی کم

$\omega^2\mu\varepsilon \gg \omega\mu g \rightarrow (\omega\varepsilon \gg g) \rightarrow \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) + i\omega^2\mu\varepsilon\vec{E}(\vec{r}) = 0$

* شرط رسانای خوب بودن

$\omega^2\mu\varepsilon \ll \omega\mu g \rightarrow \omega\varepsilon \ll g$

$\rightarrow \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) + i\omega\mu g\vec{E}(\vec{r}) = 0 \rightarrow \frac{d^2E_x(z)}{dz^2} + \underbrace{i\omega\mu g}_{K'^2}E_x(z) = 0$

$\frac{d^2E_x(z)}{dz^2} + K'^2 E_x(z) = 0 \rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\pm iK'z} \rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\pm i\sqrt{\omega\mu g}\cdot z}$

$\rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\pm i\sqrt{\omega\mu g}\cdot z} \cdot e^{\frac{i\pi}{4}} = E_0 e^{\pm i\sqrt{\omega\mu g}\cdot z\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$, $i = e^{\frac{i\pi}{4}}$

$\rightarrow E_x(z) = E_0 e^{\pm i\sqrt{\omega\mu g/2}\cdot z(1+i)} = E_0 e^{\pm\sqrt{\omega\mu g/2}\cdot z} \cdot e^{\pm i\sqrt{\omega\mu g/2}\cdot z}$

بلند $\rightarrow E_x(z,t) = E_x(z)\cdot e^{-i\omega t} = E_0 e^{\pm\sqrt{\omega\mu g/2}\,z} \cdot e^{-i(\omega t \pm \sqrt{\omega\mu g/2}\,z)}$

physical $E_x(z,t) = Re[E_x(z,t)] = E_0 e^{\pm\sqrt{\omega\mu g/2}\cdot z} \cdot \cos(\omega t \pm \sqrt{\omega\mu g/2}\cdot z)$

(موج) بلند ↵

$\rightarrow E_x(z,t) = E_0 e^{\pm Kz}\cdot\cos(\omega t \mp Kz)$

$+z$ انتشار در جهت $\Rightarrow E_x(z,t) = E_0 e^{-Kz}\cdot\cos(\omega t - Kz)$

$K = \frac{\omega}{V} = \sqrt{\frac{\omega\mu g}{2}}$

سرعت موج $V = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu g}}$

سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی با خاصیت رسانندگی زیاد

مثال $\begin{cases} f = 2MHz = 2\times10^6\ Hz \\ \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ H/m \\ g = 0.1\times10^7\ S/m \end{cases} \rightarrow V = 22.2\ m/s$

$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{22.2}{2\times10^6} = 0.124\ mm$

$|-K\cdot\delta| = 1 \rightarrow \sqrt{\frac{\omega\mu g}{2}}\cdot\delta = 1 \rightarrow \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu g}} \rightarrow \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f\mu g}}$ (عمق نفوذ موج) $\rightarrow$ skin depth

$E_x(z,t) = E_0 e^{-z/\delta}\cdot\cos(\omega t - Kz)$

Subject :
Date

توان بی نقص در مس ← $f = 1^{\prime\prime} MHz$ ← امواج رادیویی ← $\delta \simeq 1^{\prime\prime}8\ \mu m$ ← عمق نفوذ در فلز مس
(قبل از تضعیف)

↳ $f = 10^{10} Hz$ ← میکروویو ← $\delta < 1\ \mu m$